

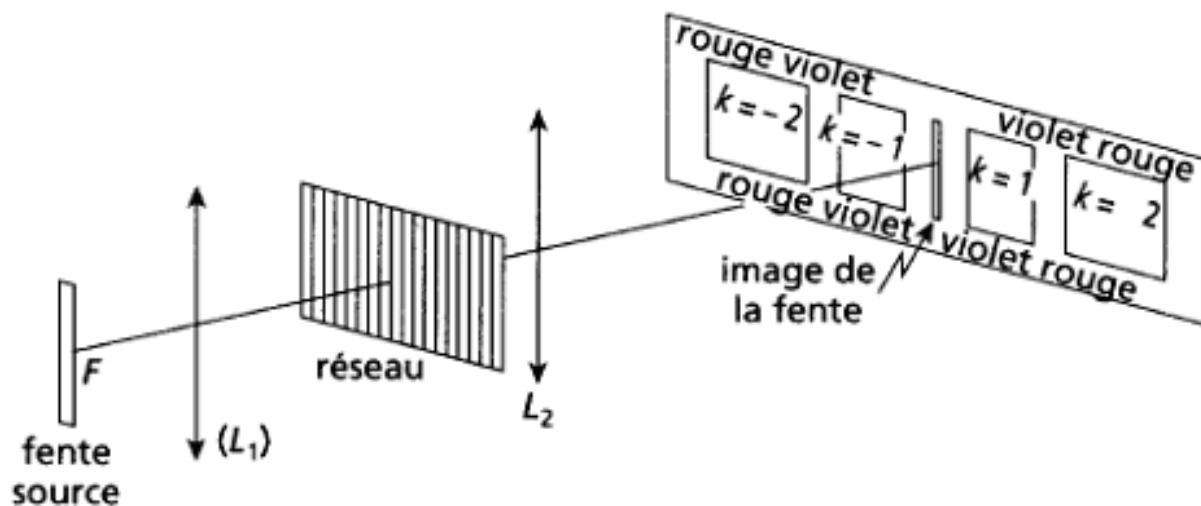
RESEAUX OPTIQUES

1- Définitions et emploi

Un réseau est une structure périodique dont chaque motif diffracte une même onde incidente dont la cohérence spatiale doit être suffisante. Les multiples ondes ainsi diffractées par chacune des fentes interfèrent entre elles et forment des faisceaux lumineux, séparés spatialement, qui sont numéroté par un entier appelé « ordre ».

L'exploitation de ces faisceaux diffractés avec un écran ou un capteur CCD permet de visualiser et/ou de mesurer un **spectre** de la lumière étudiée.

La largeur **b** du motif est le **pas** du réseau (\approx « écart » entre deux fentes).



Les deux procédés utilisés sont de fait équivalents :

- Les **réseaux d'amplitude** agissent sur l'amplitude du signal transmis.
La transparence varie en « tout ou rien » selon la position du point sur le motif : un ensemble de fentes (fente évidée, support « opaque »), une diapositive dont le film présente une succession de bandes noires et de bandes transparentes sont des réseaux d'amplitudes.
- Les **réseaux de phase** agissent sur la phase de l'onde transmise.
Une plaque d'**épaisseur variable** obtenue par gravure ou par duplication (polymère) d'une matrice gravée sont des réseaux de phases.

Un réseau est caractérisé par son **nombre de motifs** (fentes ou « traits ») **par mm** (ou parfois inch), **noté n**. On a $n = 1 / b$

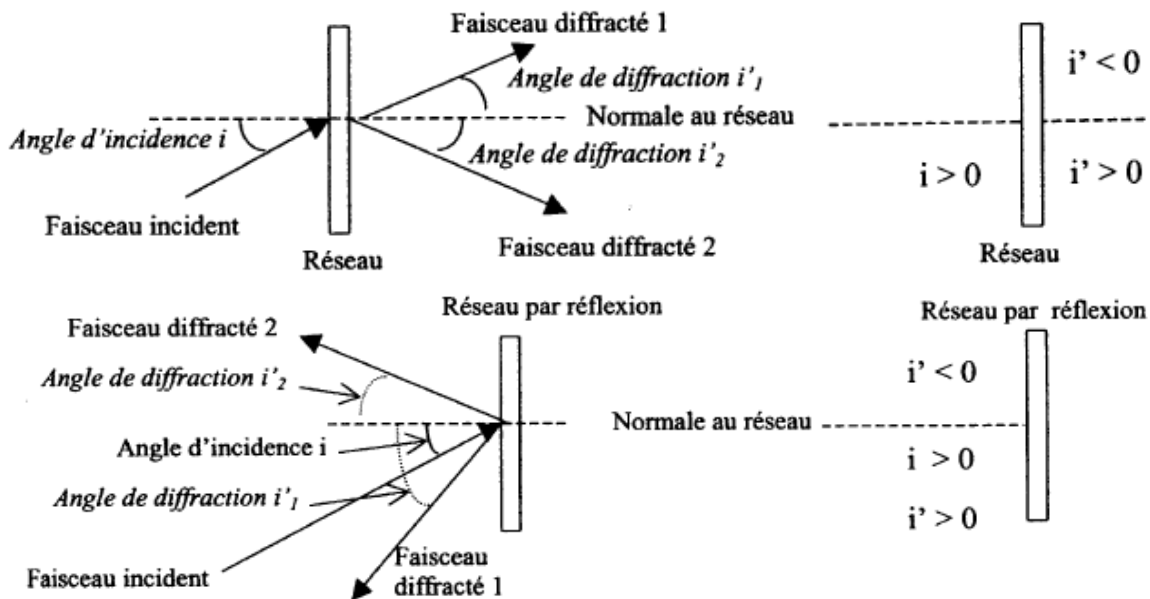
Ne pas confondre la notation avec celle d'un « indice de réfraction !

Exemple : un réseau de 500 traits/mm a un pas $b = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 2 \mu\text{m}$ puisqu'on a $n = 1 / b$ avec b en mm.

2- Conventions de signe pour les angles (en transmission comme en réflexion)

Les trois conventions :

- Choix systématique : l'angle d'incidence $i > 0$
- Si le faisceau **traverse la normale** au réseau, l'angle de diffraction $i' < 0$
- Si le faisceau **reste du même coté de la normale**, l'angle de diffraction $i' > 0$



3- Formule du réseau (transmission ou réflexion)

Un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde λ , éclaire N fentes du réseau sous le même angle d'incidence $i > 0$.

L'éclairement observable du aux lumières diffractées dans une direction i' est :

$$E = N^2 E_0 \times \left(\frac{\sin(u)}{u} \right)^2 \times \left(\frac{\sin(N u')}{N \sin(u')} \right)^2$$

avec $u = \frac{\pi e (\sin i' + \sin i)}{\lambda}$
 et $u' = \frac{\pi b (\sin i' + \sin i)}{\lambda}$

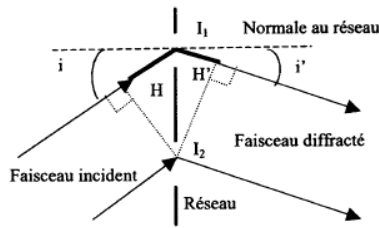
L'étude générale des conditions d'interférences (E maximal) a montré que l'on obtient les différents faisceaux diffractés d'ordre p lorsque $u' = p \pi$.

Cette condition est équivalente à la formule fondamentale du réseau

$$b (\sin i + \sin i') = p \lambda \quad \text{ou} \quad \sin i + \sin i' = n p \lambda$$

où b est le pas du réseau. **En respectant la convention de signe** précédente, elle est valable pour les réseaux en transmission comme pour les réseaux en réflexion.

L'entier p est l'ordre d'interférence qui sert à identifier le faisceau concerné parmi les différents faisceaux diffractés : l'ordre p sert à numéroter les maxima successifs de la fonction d'interférence.



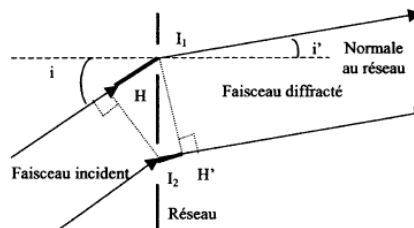
en transmission avec $i' > 0$

$$\delta = HI_1 + I_1H' = b \sin i + b \sin i'$$

$$\text{d'où } \delta = b (\sin i + \sin i')$$

$$= p \lambda$$

avec l'ordre entier p



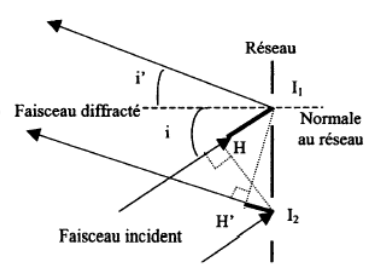
en transmission avec $i' < 0$

$$\delta = HI_1 - I_2H' = b \sin i - b \sin |i'|$$

$$\text{d'où } \delta = b (\sin i + \sin i')$$

$$= p \lambda$$

avec l'ordre entier p



en réflexion avec $i' < 0$

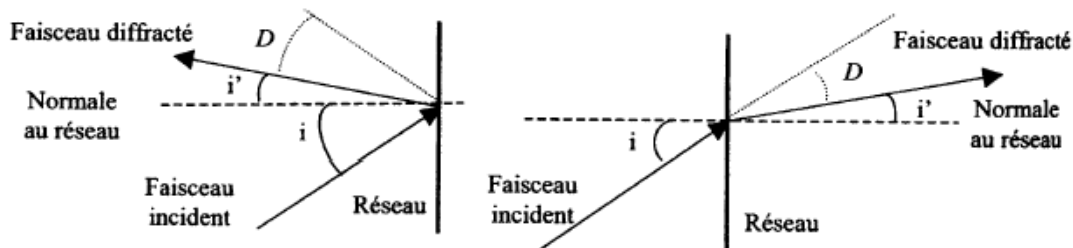
$$\delta = HI_1 - I_2H' = b \sin i - b \sin |i'|$$

$$\text{d'où } \delta = b (\sin i + \sin i')$$

$$= p \lambda$$

avec l'ordre entier p

4- Déviation d'un réseau



En transmission, la déviation D est l'angle entre la direction incidente et la direction diffractée. En réflexion, D est l'angle entre la direction de réflexion (selon la loi de Descartes) et la direction diffractée.

En utilisant les mêmes conventions de signe, on a $D = i + i'$.

5- Dispersivité du réseau et ordres possibles

- $\sin i' = p\lambda/b - \sin i$ Le réseau est dispersif puisque i' dépend de λ et donc de la couleur de la lumière. Pour chaque valeur non nulle de p, on obtient un spectre. Le bleu est moins dévié que le rouge (au contraire du prisme). Pour $p = 1$, on a l'ordre 1 et pour $p = -1$, on a l'ordre -1 : en général les angles ne sont pas symétriques sauf en incidence normale lorsque $\sin i = 0$.
- Mais pour $p = 0$, le faisceau n'est pas dévié : $D = 0$ car $i' = -i$ (le faisceau a traversé la normale). Dans ce faisceau « direct », toutes les couleurs éventuelles restent superposées : il n'y a jamais de spectre à l'ordre 0 ! Mais c'est pourtant toujours l'ordre le plus lumineux... Dommage.
- La luminosité des ordres décroît lorsque l'ordre $|p|$ augmente.

- Le nombre d'ordres existant est limité et correspond aux valeurs possibles de p entier relatif vérifiant la contrainte $-1 < \sin i' < +1$, ce qui implique alors pour p la condition restrictive $(\sin i - 1) b/\lambda < p < (\sin i + 1) b/\lambda$
- Les réseaux « blazés » sont spécialement conçus pour envoyer plus de lumière sur un ordre « privilégié » (par exemple $p = 1$ ou 2) afin d'obtenir un spectre exploitable plus lumineux et de pouvoir mieux percevoir des raies peu intenses.

Q5a- Un réseau plan (avec $n = 500$ tr/mm) est utilisé en réflexion. Il est éclairé sous 30° d'incidence avec un faisceau laser à 650 nm. Calculer les angles pour $|p| < 3$ et représenter les différents faisceaux mis en jeu. Commenter.

*Q5b- Le réseau d'un goniomètre est éclairé sous incidence oblique ($i > 0$) par une lampe Mercure très puissante dont le rayonnement a été filtré pour en extraire **uniquement** la lumière verte à $\lambda = 546.1$ nm. Le réseau est plan et utilisé en transmission.*

On relève très précisément les angles de sortie notés $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (exprimés dans la convention de signe habituelle et en se référant à la normale au réseau) correspondant aux quatre raies vertes observables les plus lumineuses. On les ordonne par luminosité décroissante : $\alpha = -45.00^\circ, \beta = -15.68^\circ, \gamma = +9.59^\circ, \delta = +37.12^\circ$ (l'angle α pour la raie la plus lumineuse, etc.).

- Faire une figure à main levée positionnant les rayons incident et diffractés (à peu près à l'échelle, à 5° près par exemple).

- Déterminer l'angle d'incidence i et le nombre de traits par mm du réseau, soit n . Justifier.

- Calculer la déviation des quatre ordres décrits.

- A-t-on observé la totalité des ordres a priori visibles (et donc mesurables) dans cette expérience ?

6- Minimum de déviation d'un réseau

Comme dans le cas du prisme, on observe expérimentalement un minimum de déviation lorsque i varie. Pour la déviation minimale D_m on a :

$$\frac{dD}{di} = \frac{d(i+i')}{di} = \frac{di}{di} + \frac{di'}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 0 \quad \text{et donc} \quad \frac{di'}{di} = -1$$

D'autre part, en dérivant la formule des réseaux on trouve :

$$\frac{d}{di} \left(\frac{p\lambda}{b} \right) = 0 = \frac{d}{di} (\sin i + \sin i') = \cos i + \cos i' \frac{di'}{di} = \cos i - \cos i' = 0$$

dont on tire la condition $\cos i = \cos i'$

Cette condition est vérifiée dans deux cas :

- $i = -i'$ En transmission, correspond au faisceau direct non dévié avec $D = i + i' = 0$. C'est un cas sans intérêt pratique.
- $i = i'$ **En transmission**, le faisceau diffracté est alors **symétrique de l'incident** par rapport au réseau avec $D_m = 2i$.

Ce cas particulier est l'angle de Bragg des Cours de matériaux (diffraction de rayons X sur les plans cristallins d'un matériau adéquat).

Q6a- Montrer que le nombre de traits/m et le pas du réseau vérifie la formule

$$n = \frac{1}{b} = \frac{2}{p \lambda} \times \sin \frac{D_m}{2}$$

Avec un réseau utilisé en transmission, on mesure au goniomètre une déviation minimale de 41.39° à l'ordre 2 pour un pinceau lumineux à 589,3 nm. En déduire le pas du réseau ainsi que son nombre de traits par mm.

Q6b- On utilise un réseau plan avec un faisceau laser. A quelle(s) condition(s) le $p^{\text{ième}}$ ordre se superpose-t-il au faisceau incident ? Que peut-on alors mesurer ?

7- Dispersion du réseau

La **dispersion** $Di = \frac{di'}{d\lambda} \approx \frac{\Delta i'}{\Delta \lambda}$ estime **l'efficacité du réseau à séparer angulairement** des lumières de longueurs d'onde proches.

On a
$$Di = \frac{di'}{d\lambda} = \frac{p n}{\cos i'}$$
 à angle d'incidence i constant pour un réseau où n est le nombre de traits/mm ($1/b$) et p l'ordre.

Q7a- Démontrer ce résultat.

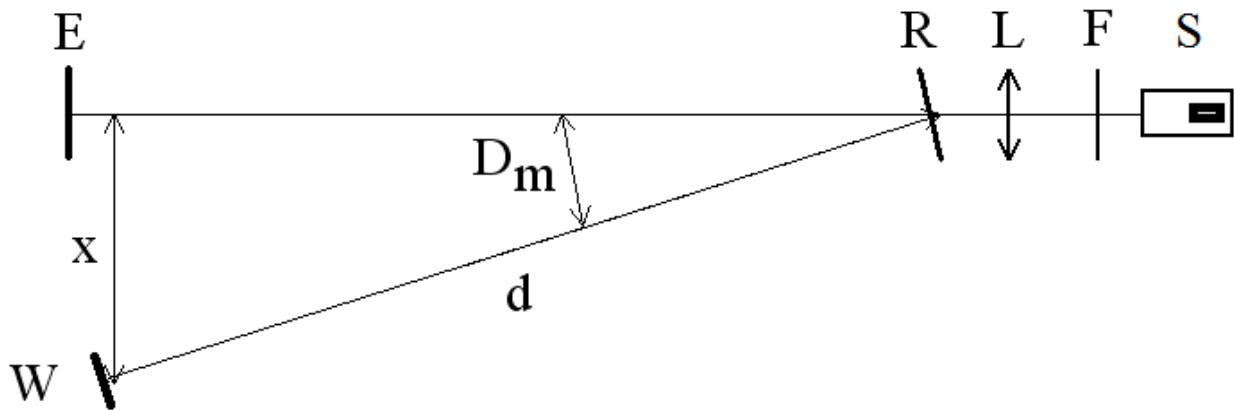
Montrer que la dispersion Di n'est pas constante en général, sauf pour une configuration dite de « **spectre normal** ». Expliquer.

Q7b- Mesure du doublet du sodium avec un réseau en tp

Une lampe au sodium émet deux types de lumière jaune **très proches** à 589.0 et 589.6 nm appelé « doublet du sodium » et présentant un faible écart $\Delta \lambda = 0.6$ nm.

Un réseau est mis en œuvre dans sa configuration « classique » : une fente éclairée par la source de lumière étudiée sert d'objet à une lentille de projection afin d'obtenir des traits lumineux fins sur un écran E . La netteté est réalisée pour la distance $d = 0.50$ m.

Le réseau R est ensuite réglé à son minimum de déviation. La figure suivante représente la configuration **mais** avec des angles très exagérés (!).



S : lampe au sodium, F : fente, R : réseau, E : écran de réglage,
W : webcam sans objectif

- Calculer l'angle de déviation minimale pour un réseau à $n_{\text{réseau}} = 300 \text{ tr/mm}$ utilisé au premier ordre. En déduire l'angle d'émission i' (constater l'exagération des angles).
- Estimer la dispersion du réseau utilisé au 1^{er} ordre. En déduire l'écart angulaire $\Delta i'$ correspondant à $\Delta \lambda$ (écart du doublet) puis ΔD_m .

Compte tenu des faibles angles, on doit utiliser un seul écran pour E et W : l'écran E est en fait la surface d'un capteur d'image de webcam (sans objectif) initialement aligné sur le banc lors de la mise au point. W est ensuite déplacé pour recevoir et visualiser la lumière déviée par le réseau. La surface du capteur de W est perpendiculaire au faisceau de lumière.

- Quelle relation a-t-on entre d , ΔD_m et Δx où Δx est l'écart de position sur le capteur de la webcam des deux raies associées au doublet.
- Un pixel de la webcam fait $5.6 \mu\text{m}$ de large. Que voit-on sur l'écran du PC ? Comment mesure-t-on $\Delta \lambda$?

Remarquer qu'il est illusoire de vouloir se servir de ses yeux et d'un écran usuel...

8- Pouvoir de résolution du réseau

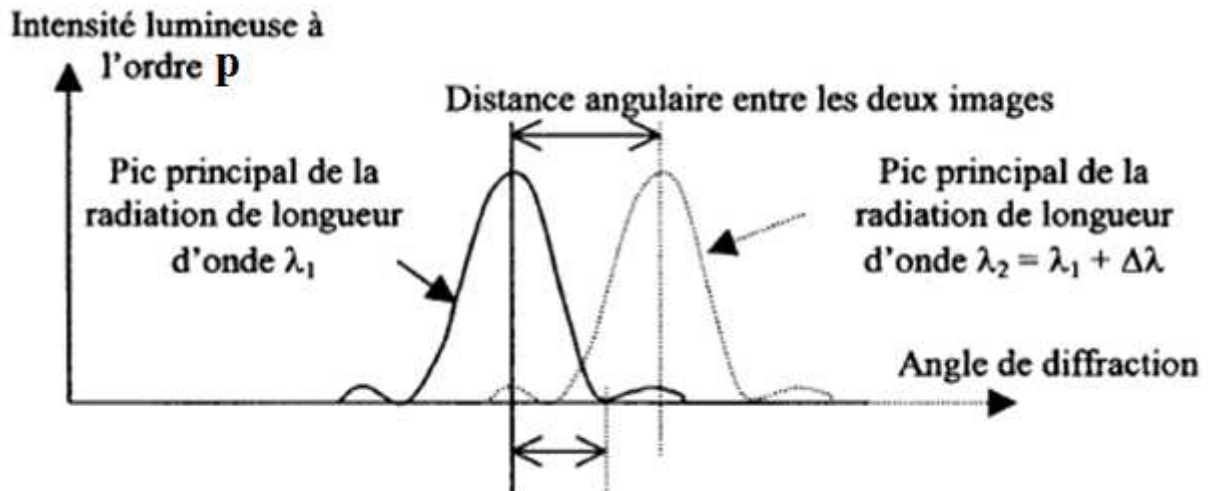
En utilisant un réseau à n trait/mm et en considérant le spectre d'ordre p , peut-on a priori distinguer (« résoudre ») les franges correspondant à deux lumières colorées à λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$?

Le principe de la réponse consiste à utiliser le « critère de résolution » de Raleigh en considérant une « fente » de largeur $L = N \times b$ où L est la largeur de la zone du réseau éclairée par le faisceau incident et N le nombre total de traits éclairés.

En considérant l'écart angulaire de dispersion correspondant à $\Delta \lambda$, on peut démontrer la condition théorique pour que les deux raies soient résolues :

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} \leq pN$$

pN est le « pouvoir de résolution théorique » (à l'ordre p).



Q8- On souhaite « résoudre » le doublet du sodium ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 0.6 \text{ nm}$). Quelle est la largeur minimale théorique de la zone à éclairer pour un réseau à 100 tr/mm utilisé à l'ordre 2 ?

9- Réalisation de spectres de couleurs : monochromateur et spectrophotomètres

Principe :

La lumière à analyser est concentrée à l'entrée de l'appareil, les différentes composantes colorées sont dispersées par le réseau. L'éclairement selon la longueur d'onde est mesurée à l'aide d'un photorécepteur sensible à large bande passante tel un photomultiplicateur ou un CCD afin d'obtenir le spectre.

Il y a deux principales stratégies :

- réseau fixe + capteur d'image à pixels multiples : acquisition du spectre en une seule exposition par le spectrophotomètre
- réseau tournant + détecteur unique : acquisition par le monochromateur en faisant défiler le spectre lors d'une série d'exposition.

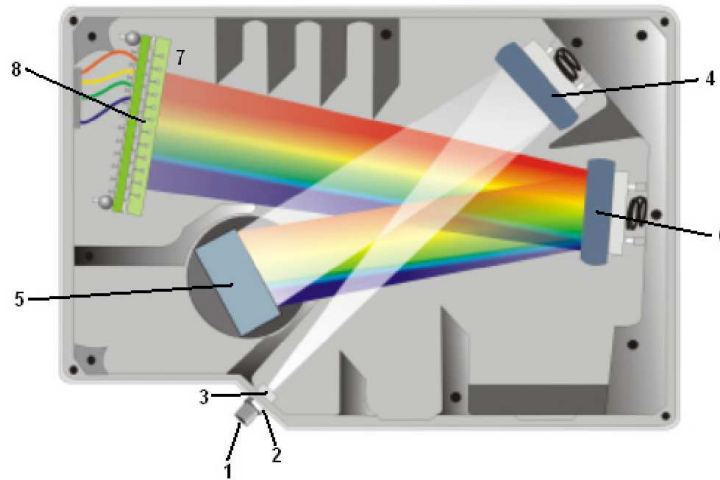
Spectrophotomètre :

Dans cette configuration, la lumière polychromatique à analyser, collectée par une **fibre optique** , est introduite dans le spectromètre en (1), au travers d'une **fente** (2) et d'un **filtre optique** (3).

Le faisceau est réfléchi vers le **réseau en réflexion** (5) par un **miroir courbe de collimation** (4) destiné à élaborer un faisceau quasi-parallèle (angle d'incidence constant sur toute la surface du réseau).

Le faisceau issu du réseau dont les couleurs sont maintenant « **dispersées** » est renvoyé par un second **miroir courbe de focalisation** (6) sur le **capteur d'image** (8) dont chacun des **pixels** de sa « mosaïque » recevra la lumière d'un élément

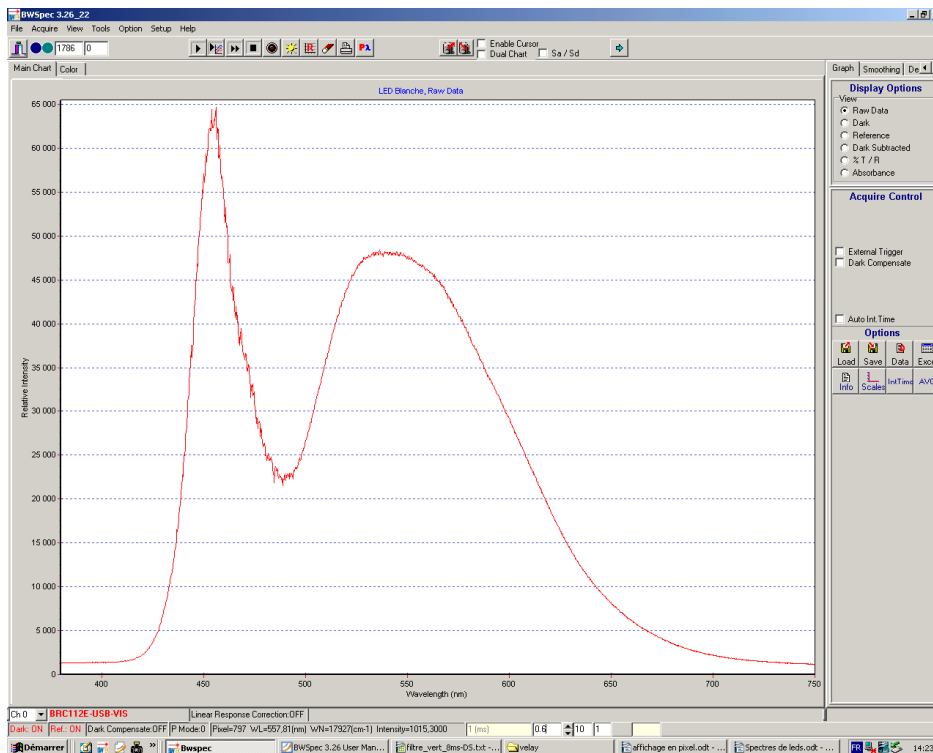
spectral $\Delta\lambda$ distinct et élaborera une réponse numérique après conditionnement et conversion. Le capteur inclut souvent un système de lentille (7) optimisant ainsi la collecte du flux sur les pixels.



Les différentes composantes du spectre sont dispersées angulairement et la lumière de l'ordre le plus lumineux (par exemple l'ordre privilégié d'un réseau blazé) est dirigée vers un **capteur d'image pour une mesure simultanée des différentes composantes du spectre**.

Par exemple on peut utiliser une « barrette » CCD composée d'une « mosaïque » de 2048 pixels alignés.

Chacun des pixels mesure la lumière qu'il reçoit selon sa position (sa bande passante va de l'UV au proche IR...) mais par construction cette lumière reçue correspondra à une bande étroite $\Delta\lambda_p$ du spectre

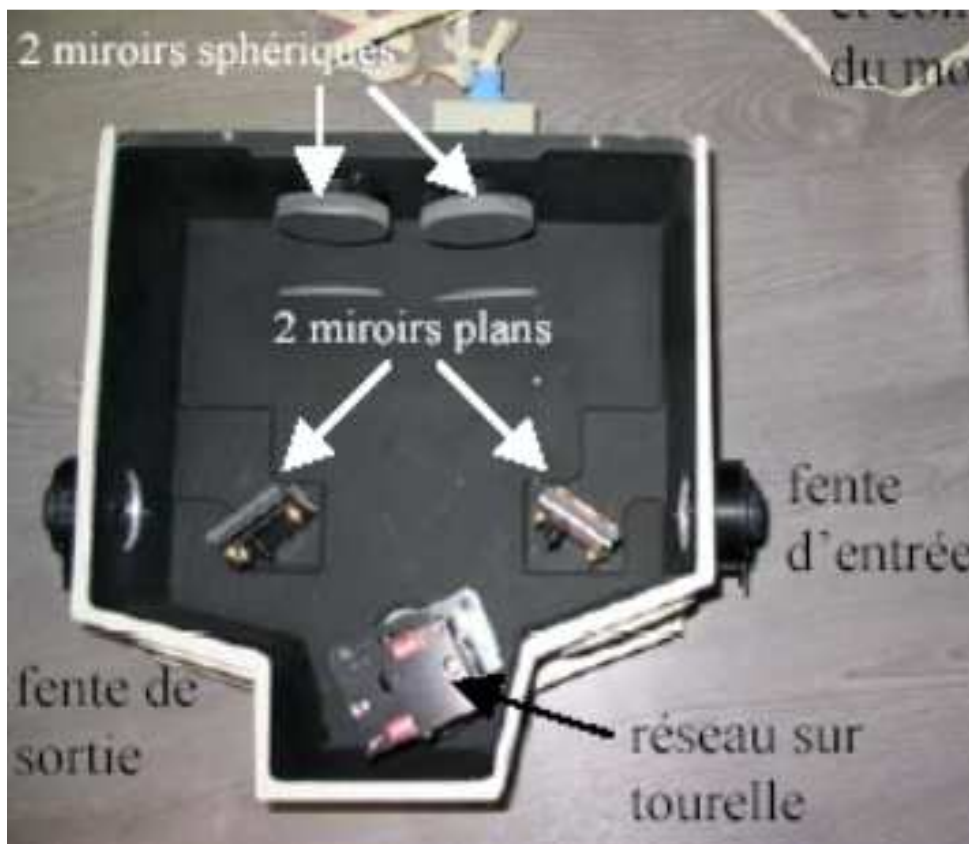
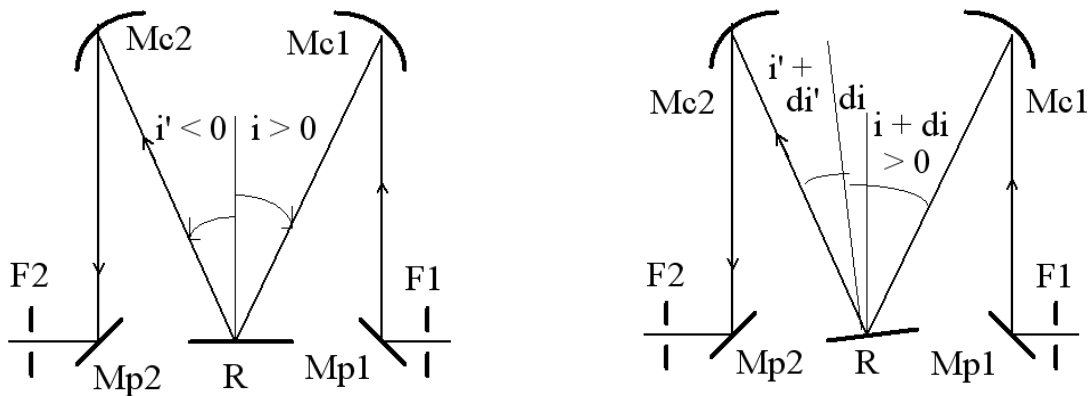


Spectre d'une led blanche obtenu en TP

Monochromateur

La lumière à analyser est concentrée sur la fente d'entrée F1, reprise par les miroirs plan Mp1 et concave Mc1 pour éclairer le réseau R. La direction de la lumière en sortie est fixe par rapport au boîtier à cause des miroirs Mc2 et Mp2.

Le réseau, monté sur une tourelle motorisée, peut tourner autour de son axe de sorte que l'angle d'incidence varie. Les différentes composantes du spectre défilent alors devant la fente de sortie F2 afin que leur intensité soit mesurée par l'unique détecteur en sortie (usuellement un photomultiplicateur).



Pour une position donnée du réseau R, on a l'angle d'incidence $i > 0$ et l'angle du faisceau diffracté disponible en sortie $i' < 0$. Selon la formule du réseau travaillant dans l'ordre p (par exemple 2 sur un réseau blazé privilégiant cet ordre), cela correspond à une longueur d'onde λ en sortie, avec $\lambda = (b / p) \times (\sin i + \sin i')$.

Lorsque le réseau tourne d'un angle $d\alpha$, on constate que i et i' varient de $di = di'$ (compte-tenu de la convention de signe) et du fait que les directions « absolues » (par rapport au boîtier) sont fixes en entrée comme en sortie.

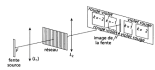
La formule du réseau montre qu'alors la longueur d'onde de la lumière disponible en sortie a varié de $d\lambda$: en modifiant l'angle, on fait ainsi varier la longueur d'onde de la lumière en sortie et donc défiler le spectre. La molette de rotation du réseau peut être étalonnée en longueur d'onde.

Q9- (facultatif) Pour un réglage i_0 et i'_0 , la longueur centrale de la bande λ_0 est disponible en sortie. Montrer qu'une **rotation régulière du réseau à vitesse angulaire ω permet de faire défiler le spectre en sortie à $\frac{d\lambda}{dt}$ constant.**

On trouve :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\omega}{k n} (\cos i_0 + \cos i'_0)$$

Sources des illustrations et des simulations



?



Optique physique par F. Weil 11/2005 Collection Technosup ELLIPSES

<http://www.oceanoptics.com/technical/hr4000.pdf>

<http://physique-eea.ujf->

[grenoble.fr/intra/Organisation/CESIRE/OPT/DocsOptique/Notices/Monochrom.pdf](http://physique-eea.ujf-grenoble.fr/intra/Organisation/CESIRE/OPT/DocsOptique/Notices/Monochrom.pdf)

RESEAUX OPTIQUES 1

1- Définitions et emploi 1

2- Conventions de signe pour les angles (en transmission comme en réflexion) 2

3- Formule du réseau (transmission ou réflexion) 2

4- Déviation d'un réseau 3

5- Dispersivité du réseau et ordres possibles 3

6- Minimum de déviation d'un réseau 4

7- Dispersion du réseau 5

8- Pouvoir de résolution du réseau 6

9- Réalisation de spectres de couleurs : monochromateur et spectrophotomètres 7

 Principe : 7

 Spectrophotomètre : 7

 Monochromateur 9

Sources des illustrations et des simulations 11