

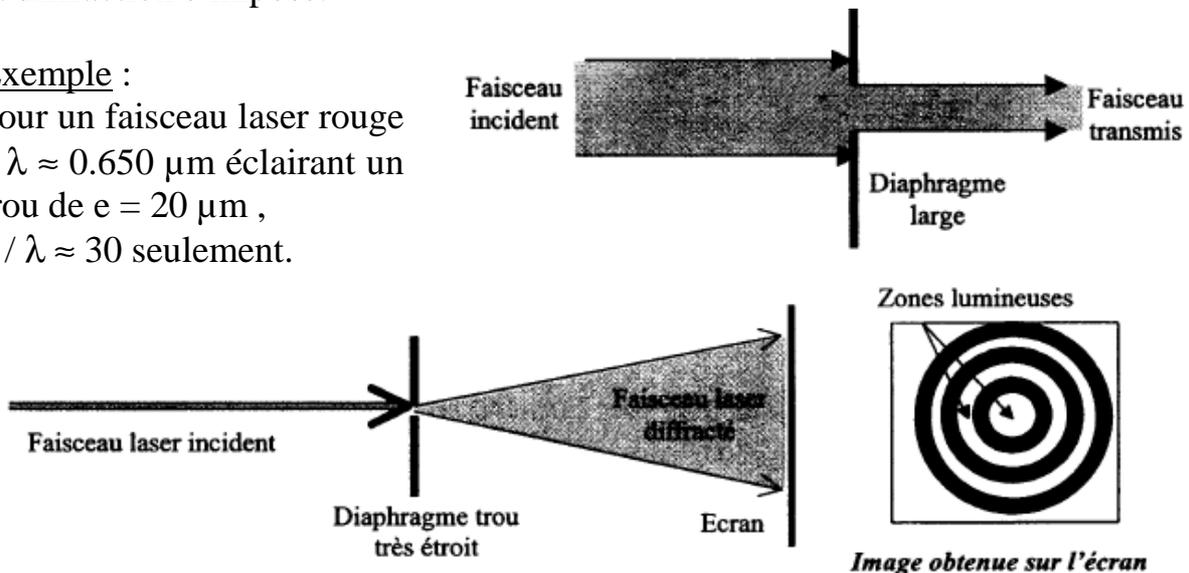
DIFFRACTION

1- La diffraction : phénomène ondulatoire lorsque $\lambda \approx e$

On diminue le diamètre e d'un faisceau lumineux avec un diaphragme. Lorsque l'ouverture est trop petite et devient de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, la diffraction s'impose.

Exemple :

pour un faisceau laser rouge à $\lambda \approx 0.650 \mu\text{m}$ éclairant un trou de $e = 20 \mu\text{m}$,
 $e / \lambda \approx 30$ seulement.

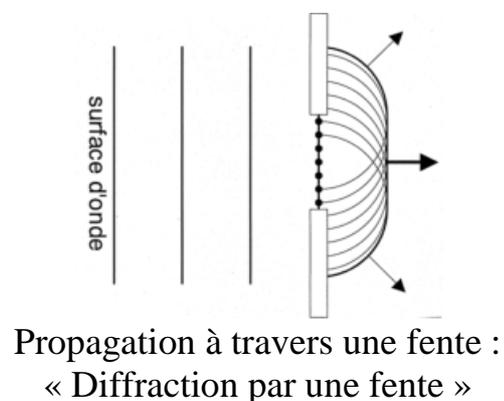
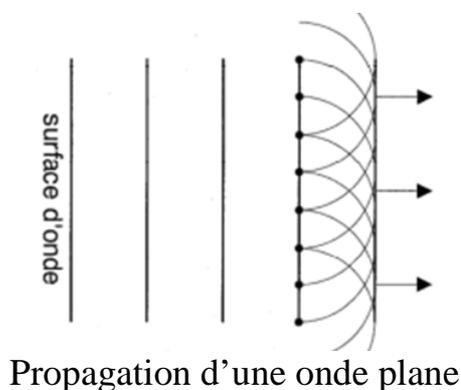


Le phénomène existe pour toutes les ondes, en particulier pour les ondes mécaniques (acoustique, houle etc.) ou en rayons X dans les solides cristallins.

2- Diffraction ou interférences ?

Principe de la méthode de Huygens-Fresnel (Rappel du Ch1 §5) :

« Pour calculer l'amplitude d'une onde à l'extérieur d'une région délimitée par une surface S entourant les sources, il suffit de supposer que chaque point M de cette surface se comporte comme une source isotrope (appelée source secondaire) dont la phase et l'amplitude sont égales à celle de l'onde incidente au point M ».



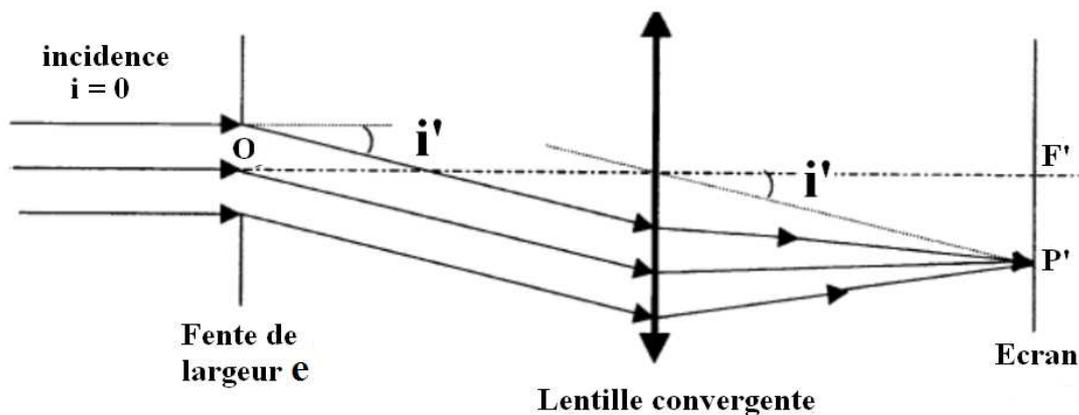
Le calcul consiste à **sommer** dans une intégrale de surface particulière (appelée « Transformée de Fourier 2D ») **les amplitudes** des multiples ondes diffractées par les différents points de la surface diffractante (fente, trou, réseau, lentille, etc.)

→ Les **calculs de diffraction et d'interférence** sont donc de **même nature physique**.

L'**optique de Fourier** propose une approche unifiée et satisfaisante de l'ensemble de l'optique ondulatoire, y compris le calcul des images formées par un système optique à base de lentilles.

3- Diffraction à l'infini par une fente fine (diffraction « de Fraunhofer »)

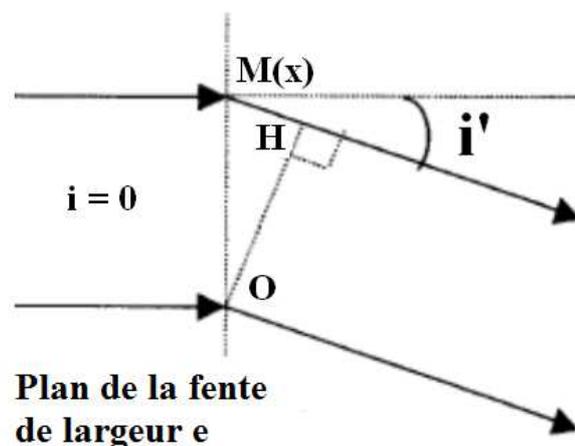
Le faisceau lumineux est diaphragmé par une fente fine de **largeur e** ($e \ll h$ hauteur de la fente). La lumière sera étudiée à l'infini (là où les // se rejoignent). Concrètement, l'observation est soit faite à une distance suffisamment grande $D \gg e$, soit cet « infini » est rapproché sur un écran situé dans le plan focal d'une lentille convergente de projection. Les calculs sont supposés fait « à l'infini ».



Le principe du calcul consiste à sommer les amplitudes des multiples ondes diffractées au niveau des différents points de la surface de la fente, en tenant compte du déphasage qui dépend de la position x : ce déphasage correspond au chemin optique supplémentaire $[MH]$, soit

$$\varphi = \frac{2\pi x \sin i'}{\lambda}.$$

Le calcul non détaillé donne l'intensité diffractée en direction d'un point P' de l'écran, avec $x = \overline{F'P'}$



$$I = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2}$$

avec $u = \frac{\varphi_{\max}}{2} = \frac{\pi e \sin i'}{\lambda}$ devenant $u \approx \frac{\pi e i'}{\lambda}$ si l'angle i' est très petit.

- Si l'écran est suffisamment loin (« à l'infini optique »), on calcule en absence de lentille $i' \approx \tan i' \approx \frac{x}{D}$ où $D \gg x$ est la distance à l'écran.

- La fonction encadrée que vous apprendrez à calculer au S3 en « Traitement du Signal » est la transformée de Fourier d'une fonction particulière décrivant une « fenêtre rectangulaire 1D de largeur e ».

La courbe d'intensité présente une série de maxima et de zéros.

Recherche des zéros successifs (cas d'une fente) :

$\sin(u) = 0$ si $u = p\pi$, avec p entier relatif. Pour p entier non nul, on a $u \approx \frac{\pi e i'}{\lambda}$ soit $i' \approx \frac{p\lambda}{e}$ → les zéros sont donc pour $i' = \frac{\lambda}{e}, \frac{2\lambda}{e}$ etc.

Recherche des maxima successifs (cas d'une fente) :

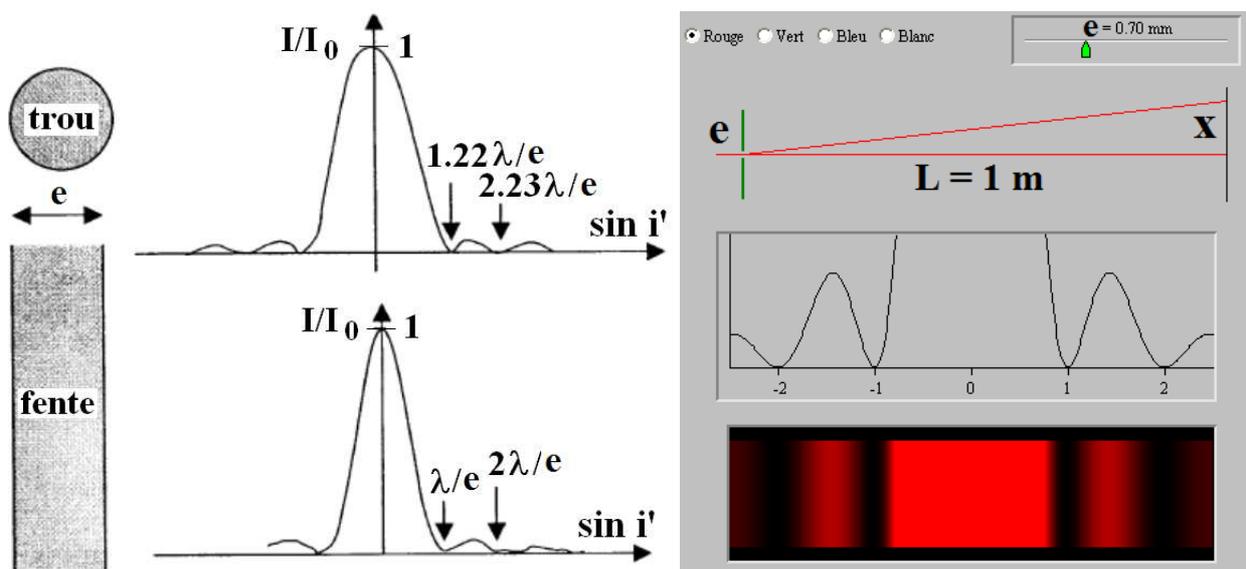
* $p = 0$ soit $u = 0$ donne $\frac{\sin(u)}{u} \approx \frac{\sin(0)}{0} \rightarrow 1$

On a au centre de la figure le **maximum principal** et non un zéro !

* Sinon $\sin(u) = 1$ pour $u = (p + 1/2)\pi$, avec p entier relatif, soit $i' \approx \frac{p+0.5}{e} \lambda$

L'entier p servant à numéroter est appelé « ordre ».

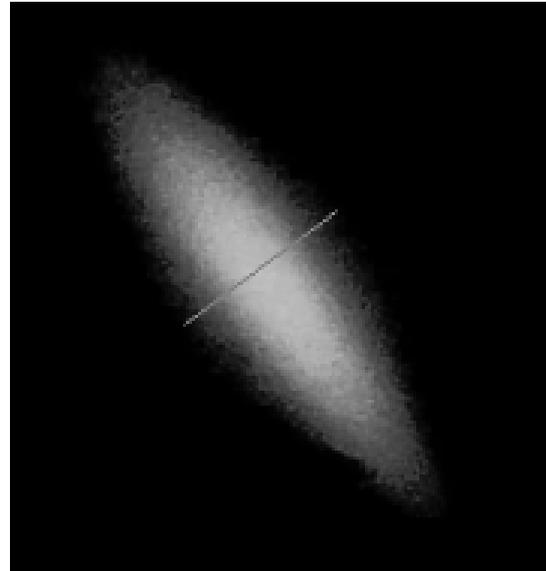
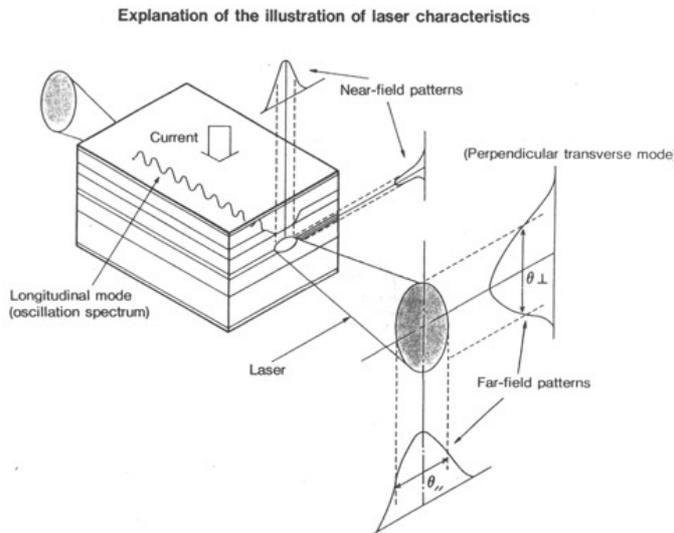
Sur les graphes suivants, l'abscisse représente $\sin i'$.



La tache centrale reçoit environ 90% de l'énergie lumineuse diffractée.

Q3a- Calculer l'intensité des deux premiers maxima secondaires. Comment évolue la figure lorsque la largeur de fente e diminue ?

Q3b- On projette la figure de diffraction sur un écran situé à $L = 1\text{ m}$. On dispose de lumière rouge à $0.70\ \mu\text{m}$, verte à $0.54\ \mu\text{m}$ et bleue à $0.43\ \mu\text{m}$. Quelle doivent être les largeurs de fente respectives pour que la tache centrale (écart entre les deux premiers zéros) ait une largeur de 1 cm ?



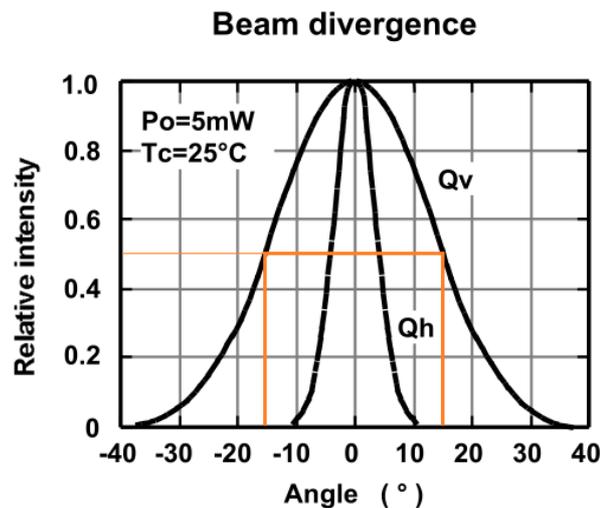
Le faisceau lumineux issu d'une diode LASER n'a pas de symétrie de révolution : il est « polarisé ». En divergeant, sa forme n'est manifestement pas conique. La forme observée est directement liée aux dimensions de la face de sortie rectangulaire qui diffracte la lumière émise.

Q3c- le rayonnement laser de la diode Sanyo DL-3147-060 à 650 nm prend naissance dans un volume parallélépipédique de section : épaisseur $e \times$ largeur b . En première intention, on peut considérer que le faisceau sort de la diode en diffractant à travers une fente rectangulaire.

- Vérifier sur la courbe d'émission que l'on a : $I/I_0 = 0.5$ pour $\sin(\theta^*) = 0.443 \lambda/e$ où θ^* est l'angle d'émission à mi-puissance associé à l'épaisseur (à "mi-hauteur" en jargon).

- Pourquoi ne peut-on pas rechercher l'écart angulaire correspondant aux deux premiers minima ?

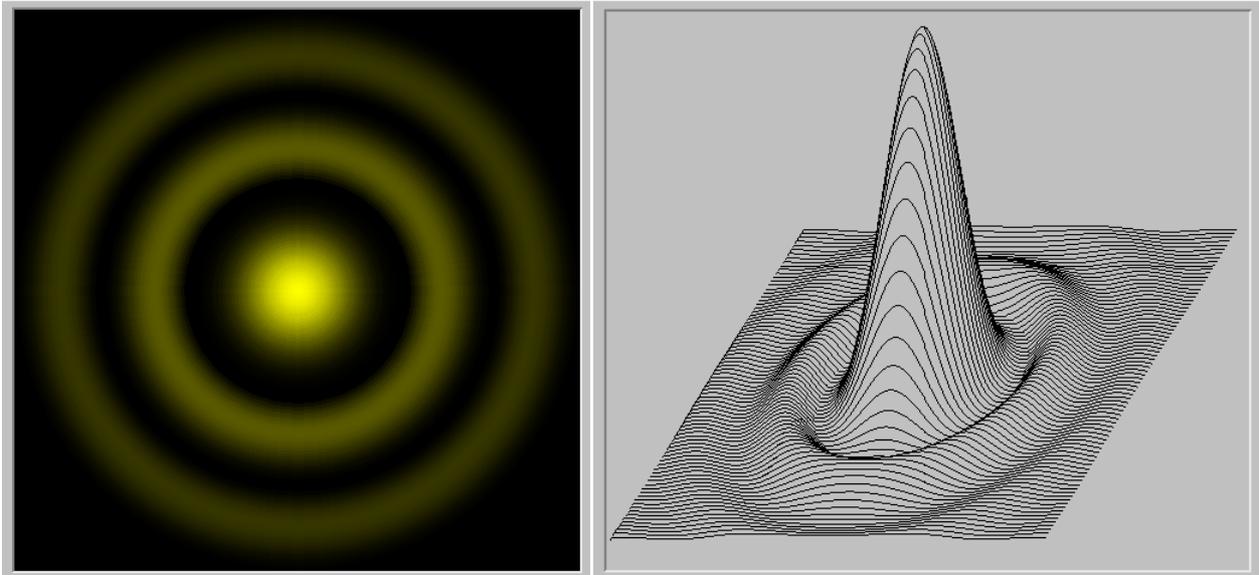
- En déduire la valeur de l'épaisseur e de la couche lasante.



Expérimentalement $\theta^*_{//}$ et θ^*_T sont mesurées sur le banc optique à partir de l'image observée. On pourra donc en déduire les deux dimensions de la surface de sortie du laser e et b.

4- Diffraction à l'infini par une ouverture circulaire

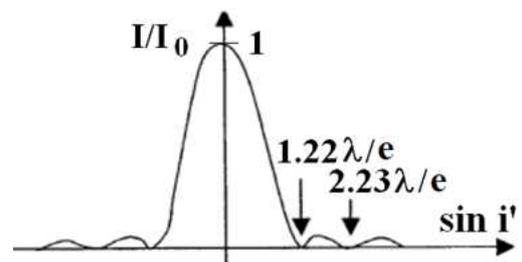
Les résultats de simulation suivants correspondent à l'expérience de principe de §1.



La diffraction par un trou circulaire produit des résultats similaires à ceux d'une fente fine mais avec une **symétrie de révolution**.

$$I = I_0 \text{ cerc}(u) \quad \text{où } u = \frac{\varphi_{\max}}{2} = \frac{\pi e \sin i'}{\lambda}$$

La fonction « cerc » (pour « circulaire ») qui est strictement positive (représentée en comparaison de celle d'une fente : figure p3). Elle présente une série de « 0 » et de maxima le long d'un axe radiant.



Un seul résultat concret à connaître :

la **tache centrale de diffraction** (ou « tache d'Airy ») vérifie pour son **rayon angulaire i'** : $\sin i' = 1.22 \lambda / e$ où e est le diamètre du trou circulaire

Le calcul de transformée de Fourier d'une fenêtre circulaire de rayon e/2 est plutôt compliqué : on trouve

$$\text{cerc}(u) = \left(\frac{J_1(u)}{u} \right)^2 \text{ en faisant appel à une fonction spéciale, dite « de Bessel de 1^{ère} espèce » } J_1 \dots$$

L'expression ne peut être évaluées que numériquement, par exemple avec Mathematica disponible en ligne sur :

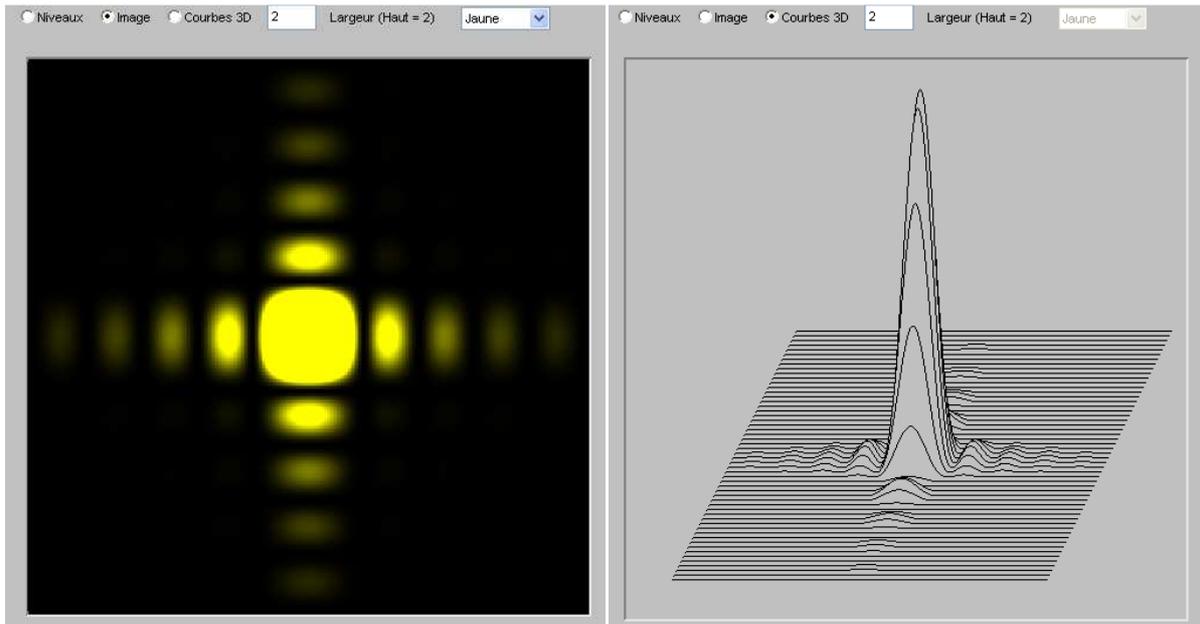
<http://www.wolframalpha.com/examples/> ... D'où le calcul des valeurs particulière 1.22 2.23 etc.

5- Diffraction à l'infini par une fente rectangulaire

On constate alors une symétrie dans le traitement des deux dimensions de la fente. L'intensité diffractée par une fente de **largeur e** et de **hauteur h** finie est :

$$I = I_0 \frac{\sin^2(u)}{u^2} \times \frac{\sin^2(u')}{u'^2}$$

avec $u = \frac{\pi e \sin i'}{\lambda} \approx \frac{\pi e i'}{\lambda}$
 et $u' = \frac{\pi h \sin i'}{\lambda} \approx \frac{\pi h i'}{\lambda}$



Lorsque $e \ll h$, $\sin(u')^2 / u'^2 \approx 1 \rightarrow$ formule pour « une fente fine » cf. §3.

6- Théorème de Babinet pour des ouvertures complémentaires

Un orifice percé dans un écran opaque et un cache opaque de même forme que l'orifice réalisent un couple d'ouvertures complémentaires.



Exemples d'ouvertures complémentaires

Une des propriétés de la transformée de Fourier se traduit par le résultat suivant :

Théorème de Babinet : la diffraction d'une onde plane par deux ouvertures complémentaires donne les mêmes distributions d'intensité, sauf au centre.

Application : une **fibre de carbone** est composée principalement d'atomes de carbone agglomérés dans des cristaux microscopiques qui sont alignés plus ou moins parallèlement à l'axe long de la fibre. L'alignement des cristaux rend la fibre extrêmement résistante pour sa taille. Plusieurs milliers de fibres de carbone sont enroulées ensemble pour former un fil employé tel quel ou tissé.

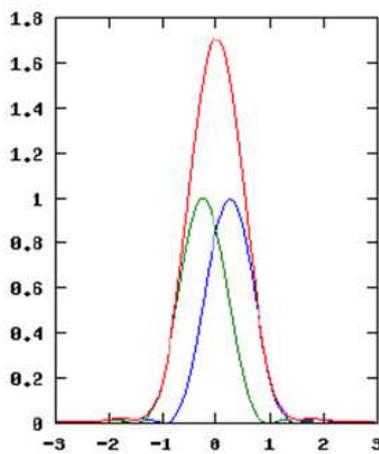
Q6- Quel est le diamètre d'une fibre dont la figure de diffraction réalisée avec un laser He-Ne donne une tache principale de 1.2 cm de largeur sur un écran situé à 10 cm de la fibre ?

7- Limite de résolution

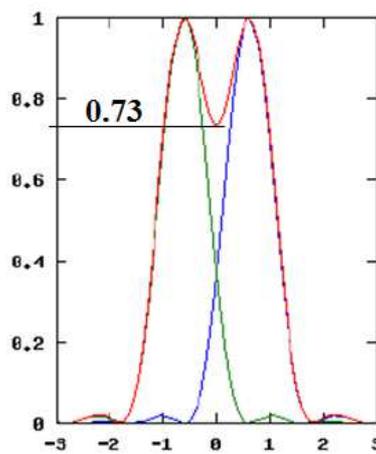
Critère de Rayleigh :

Deux images de sources ponctuelles sont considérées comme tout juste séparées si le maximum de l'une coïncide avec le premier zéro de l'autre.

C'est-à-dire si la distance angulaire entre les centres de leurs figures de diffraction est à peine plus grande que la distance qui sépare un centre de son premier minimum : rayon angulaire de la tache de diffraction i' vérifie $\sin i' \approx 1.22 \lambda / e$

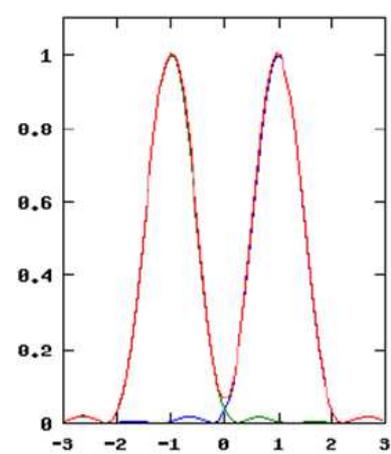


$\sin i' \leq 1.22 \lambda / e$



$\sin i' = 1.22 \lambda / e$

Limite de Rayleigh



$\sin i' \geq 1.22 \lambda / e$

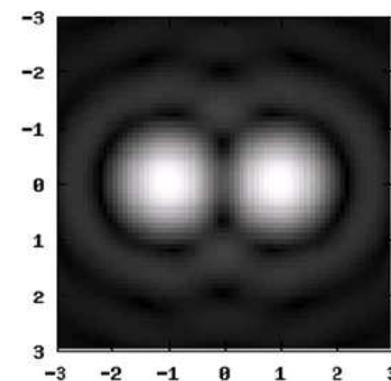
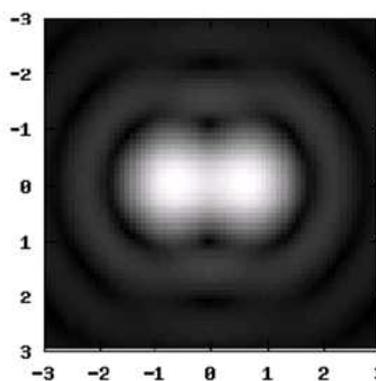
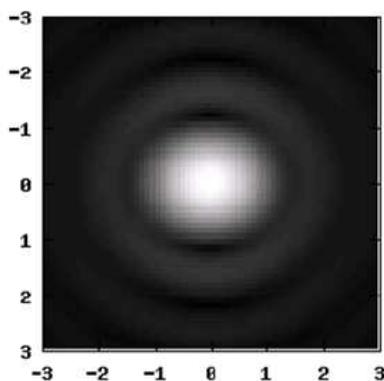


Image de deux points-source par une surface circulaire de diamètre e .
(cas de la limite de résolution : figures de la colonne du milieu)

Il est très fréquent que i' soit très petit (formation d'image, astronomie) $\sin i' \approx i' \approx 1.22 \lambda / e$ Mais pas toujours ! (voir l'exemple du stockage numérique sur CD/DVD au §8)

Limite de résolution :

Concrètement, c'est la plus petite distance entre deux **points objets**, situés à une distance donnée, que peut **séparer un instrument optique**.

La théorie spécifie la résolution angulaire : on en déduit la distance.

Exemples de limitation de résolution :

La diffraction limite le pouvoir de résolution d'un appareil d'optique en imposant une valeur minimale à la résolution (on ne distingue pas de détail plus petit).

- Lors de la formation de l'image par un système de lentille, l'image d'un point ne peut être rendue aussi petite que souhaitée → perte de détails.

- Un télescope ne peut distinguer des détails angulaires meilleurs que avec un microscope optique $i' = 14''/D$ (en cm). [$1'' = 1/60^{\text{ième}}$, $= 1/(60 \times 60)^{\text{ième}}$ de ° usuel]

→ Un télescope dont le miroir principal est 5 m (!) ne distingue pas de détails plus fins que 50 m à la surface de la Lune (distance Terre-Lune 384 000 km).

Q7- Quelle est la résolution d'un œil humain dont la pupille est dilatée avec un diamètre de 4 mm en condition d'observation nocturne ? Quelle est la taille d'un détail de la surface de la Lune visible ainsi la nuit ?

- On n'observera pas de détail meilleur que $\lambda/2 \approx 0.3 \mu\text{m}$ avec un microscope optique (les détails de la surface d'un CD ne sont donc accessibles qu'avec un microscope électronique).

8- Densité d'information comparée des CD, DVD et BlueRay

A cause du phénomène de diffraction, le spot du laser de lecture ne peut être réduit à un point. Au plus fin il est limité à une tache de diamètre angulaire 2α et/ou de diamètre (habituel) d .

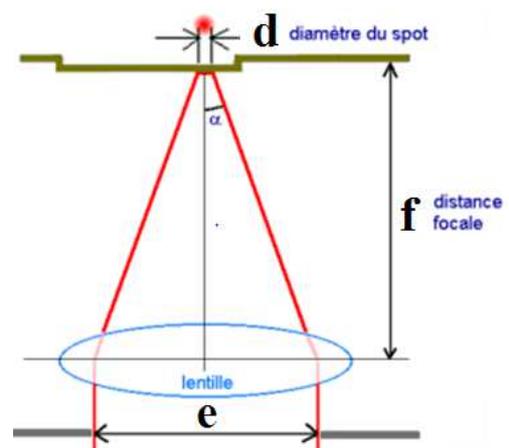
Pour le faisceau issu d'une lentille convergente, la tache de diffraction a un diamètre $d = 1.22 \frac{\lambda}{NA}$

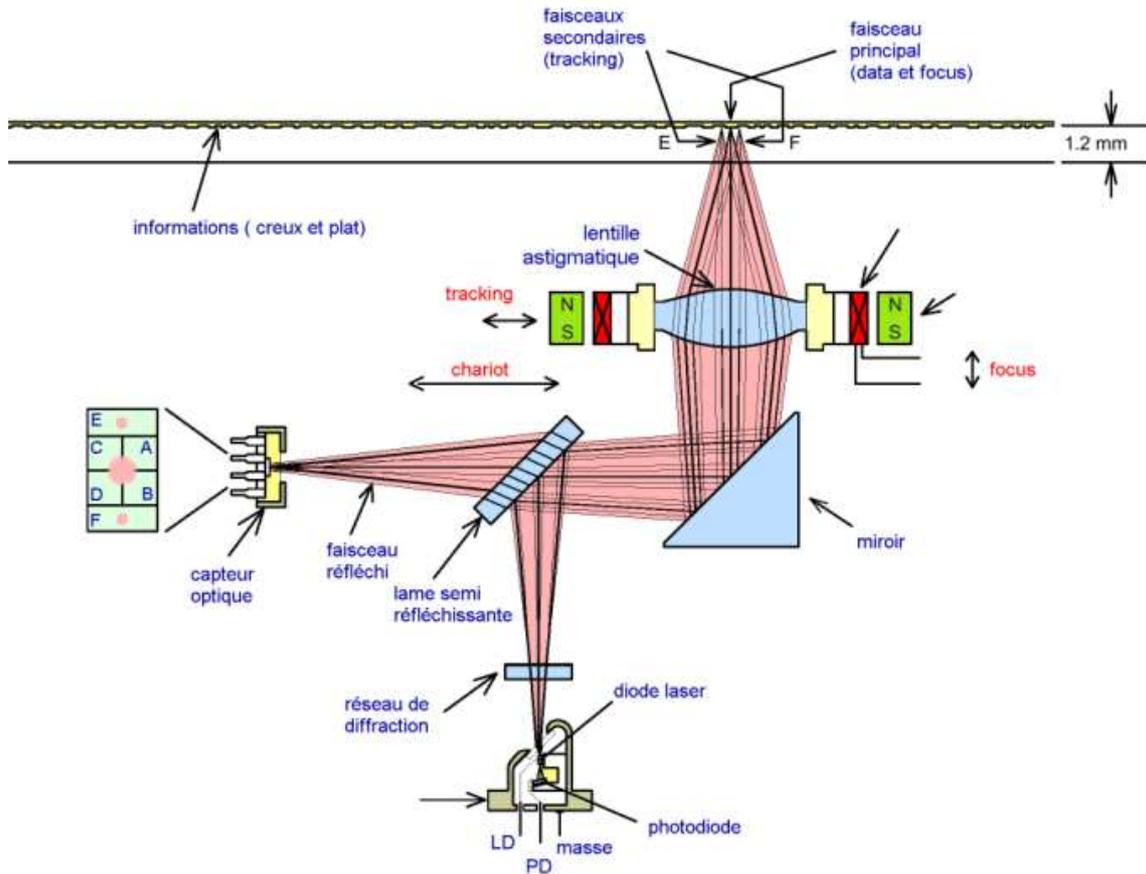
NA est l'ouverture numérique (Numerical Aperture) de la lentille :

d'après la figure on calcule $NA = n \sin \alpha = \frac{n \times e/2}{\sqrt{(e/2)^2 + f^2}}$

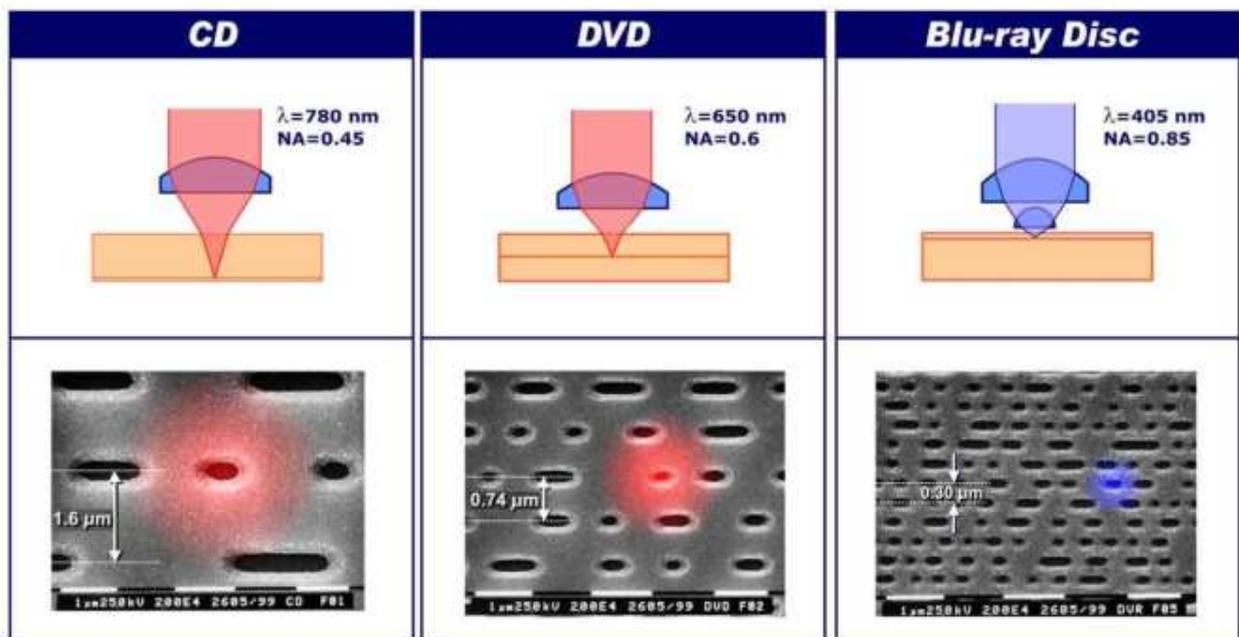
où n est l'indice de réfraction du milieu.

Ici $n = 1$ dans l'air mais 1.55 dans le plastique (méthacrylate)





Le système optique à 3 faisceaux pour la lecture d'un CD (cf. S2)



Taille comparée des trois spots de lecture

Support numérique	CD	DVD	Blu-Ray
$\lambda_{\text{diode laser}}$	780 nm	650 nm	405 nm
NA	0.45	0.60	0.85
Angle u_{air}	27°	37°	58°
Indice, épaisseur	n = 1.55 1,2 mm	n = 1.55 0.6 mm	n ? 0.1 mm
Angle u_{disque}	17°	23°	
Diamètre du spot	2.1 μm	?	0.58 μm
Surface du spot	3.46 μm^2	? μm^2	0.26 μm^2
Contenance 1 couche	800 Mo	4.7 Go	33 Go (\uparrow 50 Go)
	Gain en capacité de stockage pour 1 couche		Rapport des S_{spot}
CD \rightarrow DVD	$\times (4.7/0.8) = \times 5.9$		$S_{\text{spot CD}}/S_{\text{spot DVD}} = ?$
CD \rightarrow Blu-Ray	$\times (33/0.8) = \times 41$		$S_{\text{spot CD}}/S_{\text{spot Blu-Ray}} = 13.1$

Q8- Calculer le diamètre et la surface du spot de lecture d'un DVD. Quel est le gain en capacité de stockage par rapport au CD dû au facteur optique ?

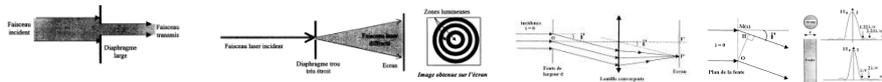
Le gain en capacité de stockage numérique est dû :

- progrès optique : diminution de la taille du spot, augmentation de l'ouverture numérique de la lentille
- progrès électronique : un bit peut être décodé maintenant s'il a une longueur inférieure à la taille du spot de lecture
- progrès informatique : diminution du nombre de bits nécessaires pour coder un octet de données (amélioration de la compression : sur un CD, coder 1 octet nécessite plus de 8 bits...).
- augmentation du nombre de couches utilisables dans le support (jusqu'à 4 pour un DVD par exemple).

Remarques : avec le blu-Ray

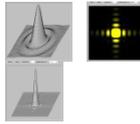
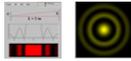
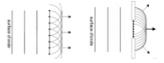
- on est à la limite du raisonnable pour ce qui est de l'épaisseur résiduelle de protection des alvéoles (0.1 mm de résines anti-uv indice non connu). C'est un support connu pour être assez fragile.
- on est aussi à la limite du nombre d'ouverture possible : la distance focale f est très courte. De sorte qu'on est aussi à la limite quant au risque de contact pendant la rotation entre la lentille et le disque.

Sources des illustrations et des simulations



Optique physique par F. Weil 11/2005 Collection Technosup ELLIPSES

http://fabrice.sincere.pagesperso-orange.fr/cm_optique/optique_ondulatoire_ch2_20/opt%20ondulatoire%20ch2%20v2.0web.pdf



<http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/optiphy/mnuopphy.html>

http://www.quarton.com/LASER_info.html

Image faite en salle de TP



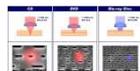
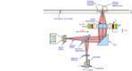
<http://www.yeint.ru/suppliers/sanyo/pdf/dl-3147-060.pdf>



http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M09_G02/co/Contenu_51.html

<http://physique.unice.fr/optique/coh/cspat/node12.html>

voir <http://regard-sur-la-terre.over-blog.com/article-satellites-d-observation-les-bonnes-resolutions-pour-la-rentree-109827043.html> pour le lien entre limite de diffraction et numérisation des images en astronomie



<http://www.louis-armand-mulhouse.eu/btsse/acrobat-cours/optiq.pdf>

DIFFRACTION..... 1

1- La diffraction : phénomène ondulatoire lorsque $\lambda \approx e$ 1

2- Diffraction ou interférences ? 1

3- Diffraction à l’infini par une fente fine (diffraction « de Fraunhofer »)..... 2

4- Diffraction à l’infini par une ouverture circulaire 5

5- Diffraction à l’infini par une fente rectangulaire 6

6- Théorème de Babinet pour des ouvertures complémentaires 6

7- Limite de résolution 7

8- Densité d’information comparée des CD, DVD et BlueRay 8

Sources des illustrations et des simulations 11