

C3 - Formation et caractérisation des images

Utilisation de lentilles

TD 3.6- Téléobjectif photographique

On constitue un « téléobjectif », c'est-à-dire un objectif pour photographier des objets très éloignés, en associant un ensemble équivalent à une lentille mince convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 200$ mm à une seconde lentille mince L_2 de distance focale f'_2 que l'on place en arrière à une distance $d = 170$ mm. Le capteur d'image C est placée à une distance $D = 245$ mm en arrière de la première lentille dans le plan focal image du téléobjectif.

Q3.6.1- Où se situe l'image intermédiaire formée par la lentille de front ? Du point de vue de L_1 , l'image A_i est-elle réelle ou virtuelle ?

image réelle dans le plan focal image de L_1
(un foyer secondaire si l'objet n'est pas sur l'axe,
le foyer principal si l'objet est sur l'axe)

$$\overline{O_1 A_1} \approx -\infty \Rightarrow \overline{O_1 A'_1} = \overline{O_1 F'_1} = \overline{O_1 A_i} = f'_1$$

A_i image l'objet pour L_2 intermédiaire

Q3.6.2- Du point de vue de la lentille L_2 , où est située l'image finale A'_2 ? Est-elle réelle ou virtuelle ? Où est situé l'objet intermédiaire ? Est-il réel ou virtuel ?

Le capteur ne fonctionne que s'il reçoit physiquement de la lumière, le faisceau image doit donc converger obligatoirement sur le capteur pour ainsi y former une image « réelle ».

- l'image finale $A'_2 B'_2$ se forme sur le capteur C :
il faut qu'elle soit réelle !
- l'objet $A_2 B_2$ est l'image intermédiaire $A_i B_i = A'_1 B'_1$
formée par L_1 et située ds le plan focal image de L_1
(cf 10.1)

$$\overline{O_2 A_i} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_i} = -d + f'_1 = -170 + 200 = +30 \text{ mm}$$

$\overline{O_2 A_i} > 0$ l'objet est en arrière de L_2 , l'objet est virtuel pour L_2

Comme dans le cas du télescope de Hubble, on fait en sorte d'avoir un objet virtuel pour L_2 qui se révélera divergente, afin d'améliorer le grandissement. C'est exactement la même stratégie que pour le télescope de Hubble à 2 miroirs.

Q3.6.3- Caractériser la lentille L_2 .

Il suffit de calculer $f'_2 < 0$ à l'aide de la relation de conjugaison pour L_2 qui est donc une lentille divergente

$$\overline{O_2 A_2} = x_2 = +30 \text{ mm}$$

$$\overline{O_2 A'_2} = x'_2 = D - d = 245 - 170 = 75 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{75} - \frac{1}{30} = -2 \cdot 10^{-2} \rightarrow f'_2 = -50 \text{ mm}$$

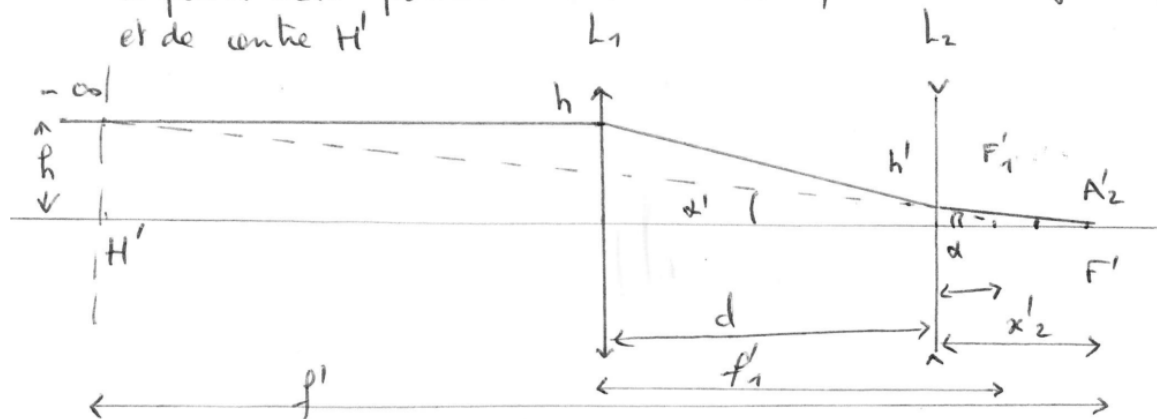
$$f'_2 = -0,05 \text{ m} \quad V_2 = \frac{1}{f'_2} = -20 \text{ D}$$

Rq: objet réel + γ \Rightarrow image virtuelle, faisceau ^{divergent}
 objet virtuel + γ \Rightarrow image réelle, faisceau convergent!

Q3.6.4- Tracer une figure correspondant à la situation décrite. Déterminer graphiquement puis par le calcul, la distance focale équivalente f' du téléobjectif.

la figure suivante respecte les proportions $100 \text{ mm} \leftrightarrow 3 \text{ cm}$!

À la sortie du télé, le faisceau converge avec l'angle α' à partir de la position de la lentille équivalente de focale f' et de centre H'

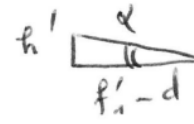


Remarque : H' est appelé « plan principal image » dans la théorie des systèmes dits « épais »

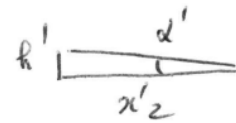
Le faisceau issu de la lentille équivalente converge bien directement sur le capteur C avec un angle α' identique à celui issu de L_2 . Par contre le faisceau issu de L_1 converge vers F'_1 avec un angle α plus grand.

2 triangles semblables, par d , puis d'

$$\tan \alpha = \frac{h}{f'_1} = \frac{h'}{f'_1 - d} \rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{f'_1 - d}{f'_1}$$



$$\tan \alpha' = \frac{h'}{x'_2} = \frac{h}{f'} \rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{x'_2}{f'}$$



$$\frac{h'}{h} = \frac{x'_2}{f'} = \frac{f'_1 - d}{f'_1} \Rightarrow f' = \frac{x'_2 f'_1}{f'_1 - d}$$

(cherché)

$$f' = \frac{x'_2 \cdot f'_1}{f'_1 - d} = \frac{75 \times 200}{200 - 170} = \frac{75}{30} \times 200 = 500 \text{ mm}$$

Vérifier votre résultat en appliquant la **formule de Gullstrand** pour le « doublet » de lentilles non accolés :

On a $V_1 = 1/f'_1 = 1/0.20 = +5\delta$, $V_2 = -20\delta$ et la distance entre L_1 et L_2 $d = 0.170$ m

La formule de Gullstrand pour un « doublet » est $\frac{1}{f'_{eq}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{d}{f'_1 f'_2}$

ou encore ici $V_{eq} = V_1 + V_2 - d \times V_1 V_2$

soit $V_{eq} = 5 + (-20) - 0.170 \times 5 \times (-20) = -15 + 17 = 2\delta$

On confirme bien le calcul précédent puisque $f'_{eq} = 1/V_{eq} = 1/2 = 0.5 \text{ m} = 500 \text{ mm}$

Enfin calculer la **compacité f'/D**

l'ensemble physique du téléobjectif a une taille correspondant à la distance $L_1 - C$ soit $D = 245 \text{ mm}$

la compacité est $f'/D = \frac{500}{245} = 2,04 \approx 2$

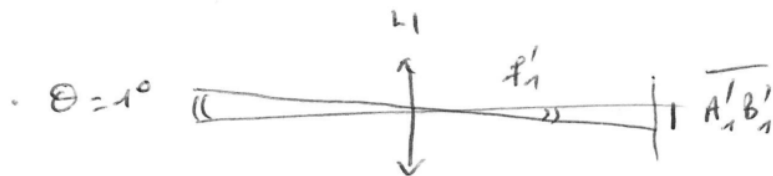
gain de place d'un facteur 2.

Cet objectif à deux lentilles à un encombrement matériel réduit par un facteur 2 vis-à-vis d'un hypothétique objectif équivalent à une seule lentille (qu'on ne construirait évidemment jamais !)

Q3.6.5- Quelle est la dimension de l'image formée par ce téléobjectif sur le capteur lorsqu'on photographie un objet très éloigné vu sous un angle de 1° .

avec deux lentilles

\overline{AB} à l'infini $\xrightarrow{L_1}$ $\overline{A'_1 B'_1}$ $\xrightarrow{L_2}$ $\overline{A'_2 B'_2}$



$$|\overline{A'_1 B'_1}| = f'_1 \tan \theta = 200 \times \tan(1^\circ) = 200 \times 1,75 \cdot 10^{-2} = 3,49 \text{ mm}$$

grossissement transversal L_2

$$v_2 = \frac{x'_2}{x_2} = \frac{75}{30} = 2,5$$

$$\rightarrow \overline{A'_2 B'_2} = 2,5 \times 3,49 = 8,7 \text{ mm}$$

Rq une lentille de même encombrement $D = f'_{eq}$ donnerait une image de $245 \times \tan(1^\circ) = 4,3 \text{ mm}$ seulement on a un gain équivalent à la compacité !