TD 1.2 - Déviation et dispersion par un prisme isocèle

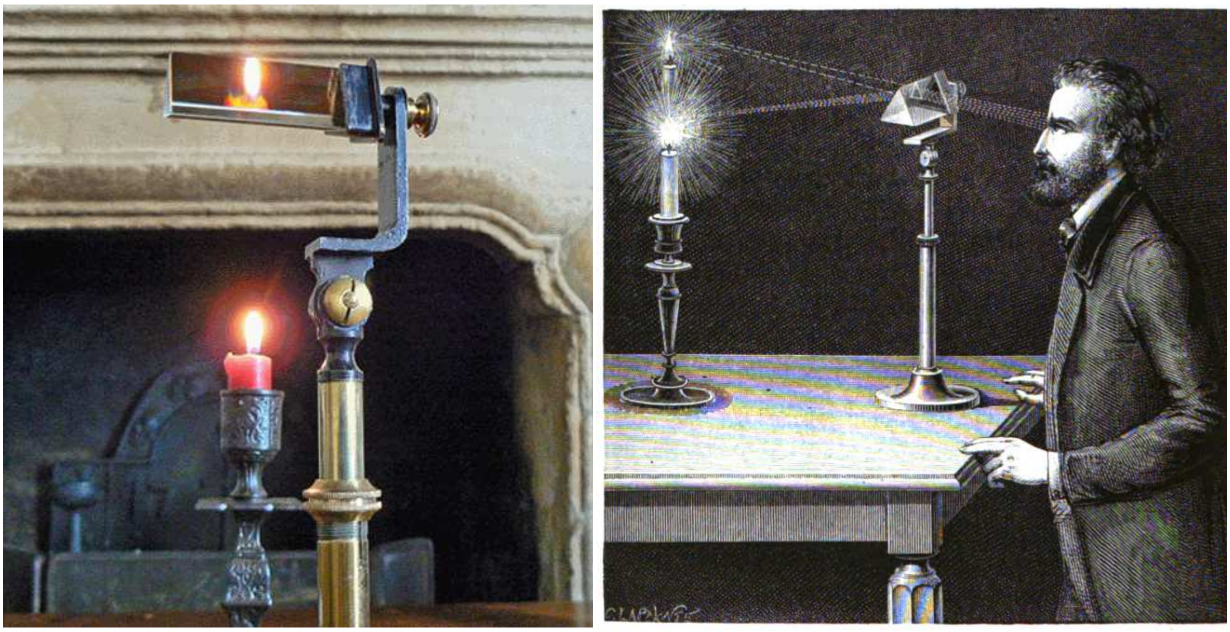
Q1.2.1 - L'indice de réfraction du verre d'un prisme est calculable par son modèle de Cauchy $n = A + B/\lambda^2$ où λ est pris en nm, $A = 1{,}5909$ et $B = 9731{,}0$ nm².
Calculer les indices n_C et n_F correspondant à deux raies d'émission d'une lampe spectrale « Hydrogène » dont les longueurs d'onde sont $\lambda_C = 656{,}3$ nm et $\lambda_F = 486{,}1$ nm .

Dispersion du verre car $n(\lambda)$ varie sur la bande visible.
λ_C et λ_F sont des raies de références pour qualifier un verre. (cf fin TP3)

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad , \quad A = 1{,}5909 \text{ et } B = 9731{,}0 \text{ nm}^2$$

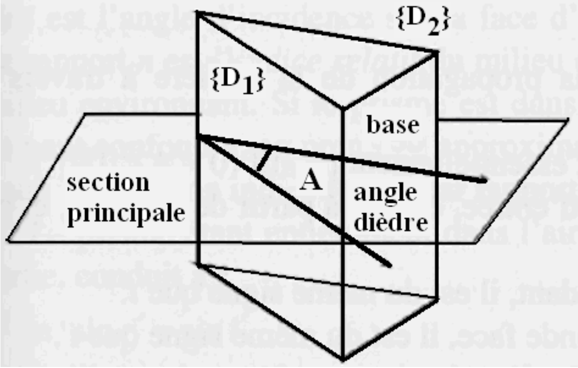
$$\begin{cases} \lambda_C = 656{,}3 \text{ nm} & \text{raie rouge } H_2 \rightarrow n_C = 1{,}6135 \\ \lambda_F = 486{,}1 \text{ nm} & \text{raie bleue } H_2 \rightarrow n_F = 1{,}6321 \end{cases}$$

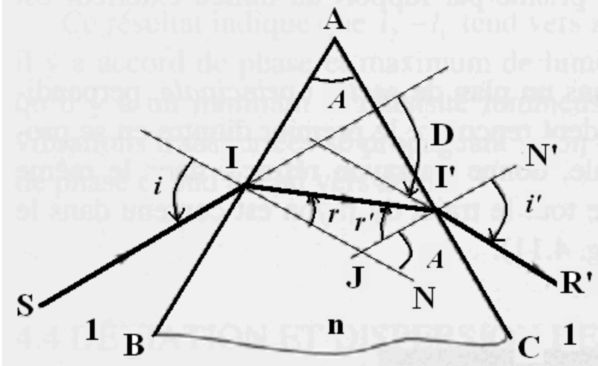
Q1.2.2 - Ecrire les quatre équations du prisme exprimant les lois de Descartes, la somme des angles d'un triangle et la déviation. En déduire les expressions simplifiées de l'angle au sommet A et de la déviation D.



Vision à travers un prisme : déviation du faisceau

Extrait du *Traité élémentaire de Physique* A. Privat-Deschanel 1869





Les quatre équations du prisme :

$$\begin{cases} \text{en } I & \boxed{\sin i = n \sin r} \\ \text{en } I' & \boxed{n \sin r' = \sin i'} \\ \text{triangle } (SII') & A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi \Rightarrow \boxed{A = r + r'} \\ \text{déviation} & D = D_1 + D_2 = (i - r) + (i' - r') = \boxed{i + i' - A = D} \end{cases}$$

Q1.2.3 - Un prisme d'angle au sommet A = 59,95° est éclairé par un faisceau parallèle sous incidence i = 50,00° (par rapport à la normale), calculer la déviation D pour ces deux raies rouge et bleue. Commenter.

Pour les calculs numériques, **séparer le groupe** d'étudiants en 2

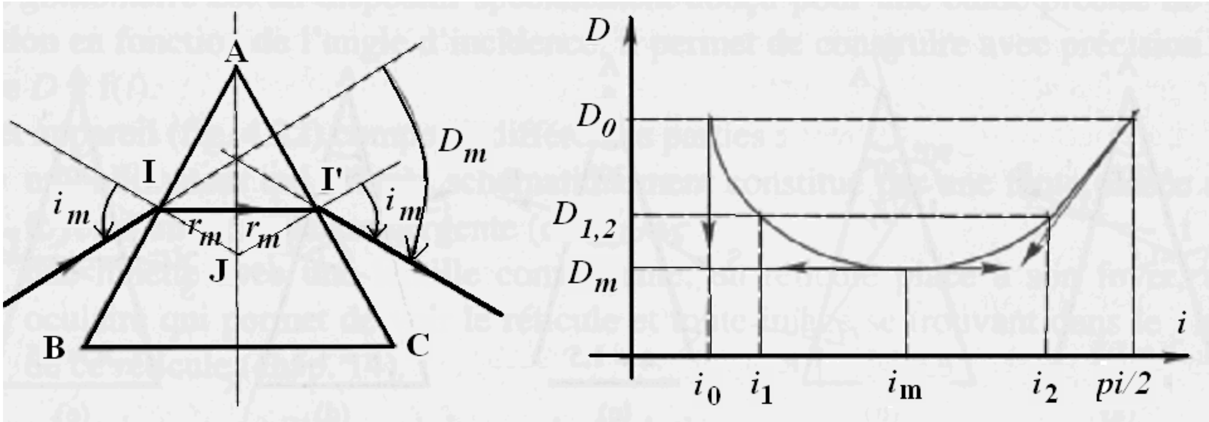
	C	F
n	1,6135	1,6321
$r = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sin 50{,}00}{n}\right)$	28,3445°	27,9928°
$r' = A - r = 59{,}95 - r$	31,6055°	31,9572°
$i' = \sin^{-1}(n \sin r')$	57,7345°	59,7512°
$D = i + i' - A$	47,7844°	49,8012°

Ecart de déviation faible selon la couleur
Mais mesurable au goniomètre
(cf. TP3 lecture au 1/100$^{\text{ième}}$ de degré environ)

The Dark Side of the Moon - Pink Floyd - 1973

Q1.2.4 - Trouver l'expression de la déviation minimale en fonction de l'indice n sachant que dans cette configuration le tracé des rayons est symétrique. Soit $D_m = f(n)$ et $n = g(D_m)$.

Calculer le minimum de déviation pour les deux longueurs d'onde λ_C et λ_F .



En raisonnant par « retour inverse » de la lumière en situation de minimum de déviation, on déduit que la figure doit être symétrique.

$$\cdot\ i = i' = i_m \Longrightarrow r = r' = r_m$$

$$\cdot\ \text{or}\quad A = r + r' = 2 r_m \longrightarrow r_m = \frac{A}{2}$$

$$D = i + i' - A = 2 i_m - A \longrightarrow i_m = \frac{A + D_m}{2}$$

$$\cdot\ 1 \times \sin i_m = n \times \sin r_m \longrightarrow n = \frac{\sin \frac{A+D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = g(D_m)$$

C'est la relation exploitée en TP pour la mesure des indices

$$\cdot\ \sin i_m = n \sin\left(\frac{A}{2}\right) \longrightarrow i_m = \sin^{-1}\left(n \sin \frac{A}{2}\right)$$

$$D_m = 2 i_m - A$$

$$D_m = 2 \sin^{-1}\left(n \sin \frac{A}{2}\right) - A$$

Applications numériques :

	C	F
$i_m = \sin^{-1}\left(n \sin \frac{A}{2}\right)$	$53,7205°$	$54,6302°$
$D_m = 2 i_m - A$	$47,4910°$	$49,3104°$

Dans la question précédente, on est peu éloigné de la déviation minimale mais la différence est observable sur un goniomètre bien réglé : besoin évident de réglages soignés en TP