

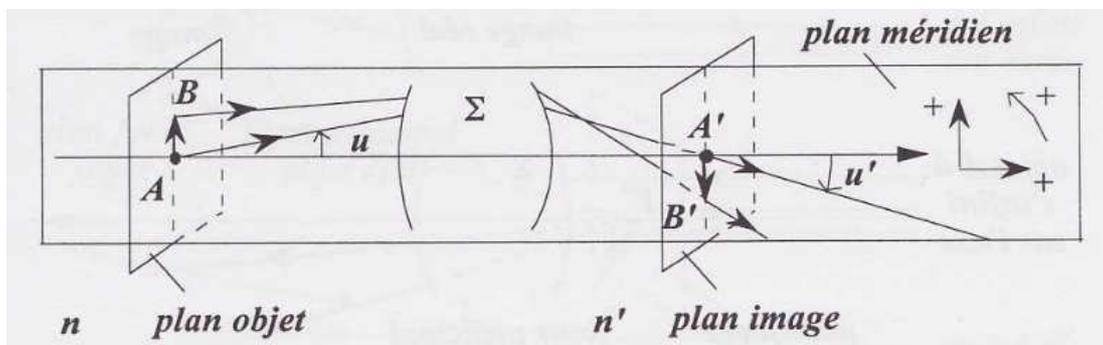
Utilisation de lentilles dans les conditions de Gauss

1- Système optique centré en conditions de Gauss

Du fait de l'étude préalable de la réfraction (lentilles, miroirs...) :

Un système optique centré est utilisé dans les conditions de Gauss si :

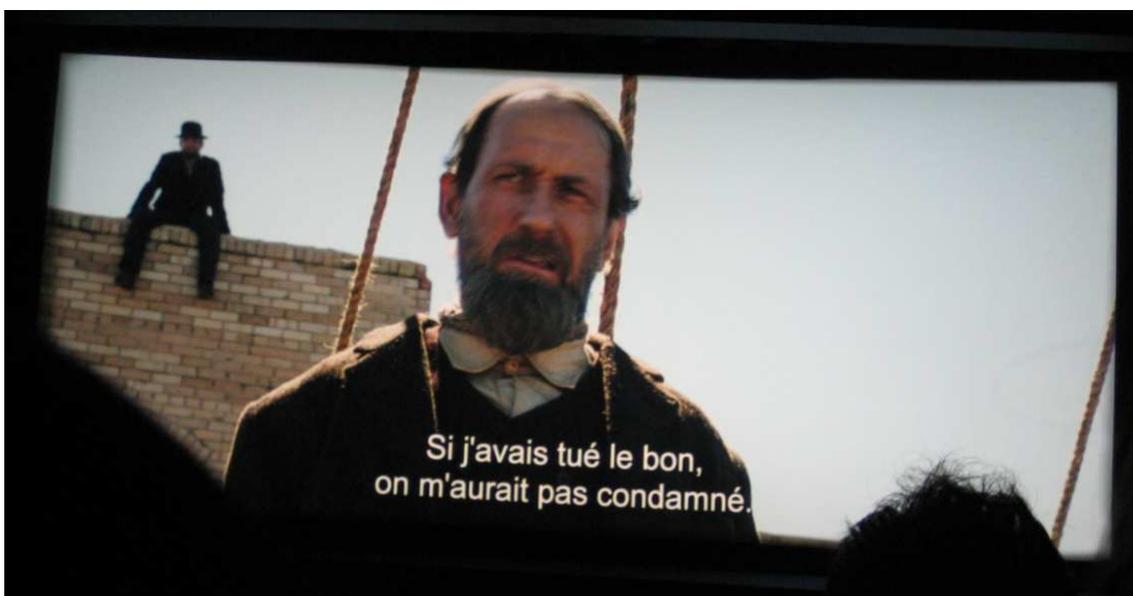
- Tous les rayons lumineux font des angles faibles avec l'axe optique (rayons « paraxiaux »)
- Les angles d'incidences de tous les rayons sur les divers dioptries constituant le système centré sont faibles (limitation du faisceau par diaphragme au centre de la lentille)



Le système optique est alors approximativement :

- **stigmatique**
- **aplanétique**

→ l'image d'un point est un point.
Ces points « objet » et « image » sont conjugués
→ l'image d'un plan est un plan



Projection non plane : courbure d'un grand écran de projection de cinéma

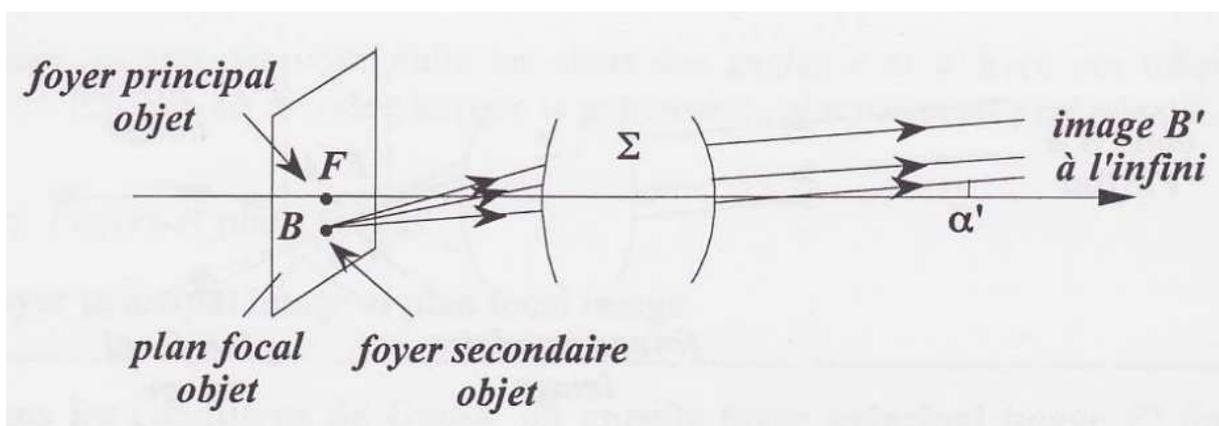
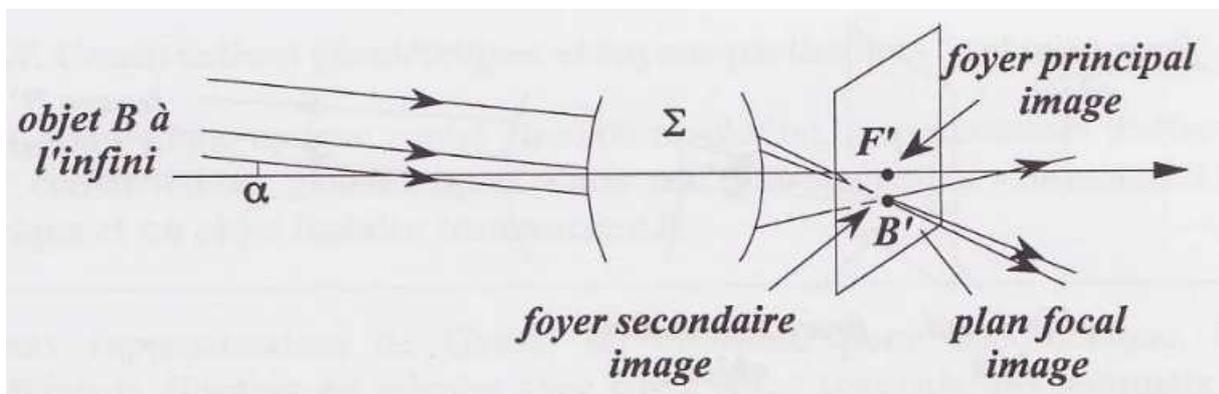


ex : j'ai observé environ 50 cm de flèche pour un écran d'environ 20 m situé à 40 m du projecteur

On peut définir
alors :

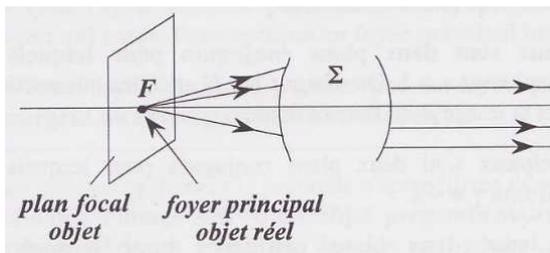
- **F'** foyer image principal
- **F** foyer objet principal
- **plans focaux objet et image**

F' est l'image d'un objet A
situé sur l'axe à l'infini
F a son image A' située sur
l'axe à l'infini



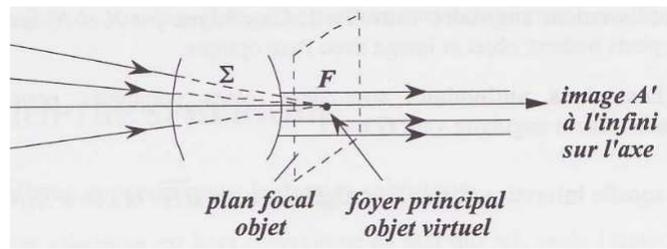
2- Réalité et virtualité

Critère concret basé sur le lieu du point : 1/2 espace « objet » ou « image » ?



objet réel SI situé dans le 1/2 espace « objet » (en avant du système optique)

image virtuelle SI située dans le 1/2 espace « objet »

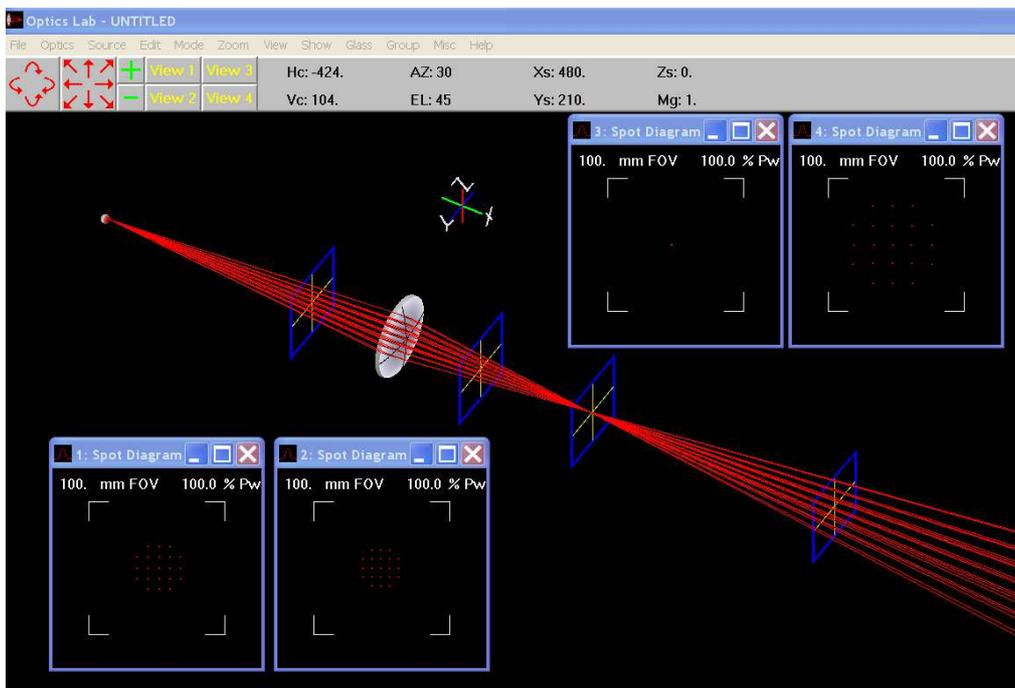


objet virtuel Si situé dans le 1/2 espace « image » (en arrière du système optique)

image réelle SI située dans le 1/2 espace « image »

Critère physique énergétique

- **Objet « réel »** au sommet d'un faisceau divergent de rayons lumineux. « source » au sens physique qui renvoie de l'énergie lumineuse : énergie préalablement « transformée » pour une source « primaire » (lampe, étoile...) ou reçue pour une source « secondaire » (diaphragme, diffuseur, écran, planète...)
- **Image « réelle »** au point de convergence (au sommet) d'un faisceau de rayons : apport physique d'énergie en ce lieu (capteur d'image, point d'échauffement...). Le faisceau peut diverger après.



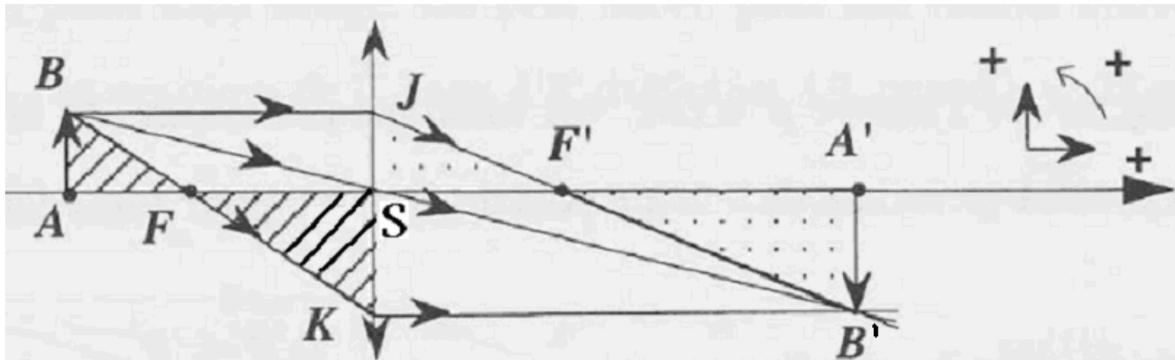
L'objet réel est plus éloigné de la lentille que sa distance focale

Les faisceaux sont coniques

Le faisceau converge après la lentille vers une image réelle puis diverge après celle-ci.

3- Relations de conjugaison pour une lentille « mince »

Relation de conjugaison par rapport aux foyers (formule de Newton)



Triangles semblables : $F'A'B'$ et $F'SJ$; FAB et FSK

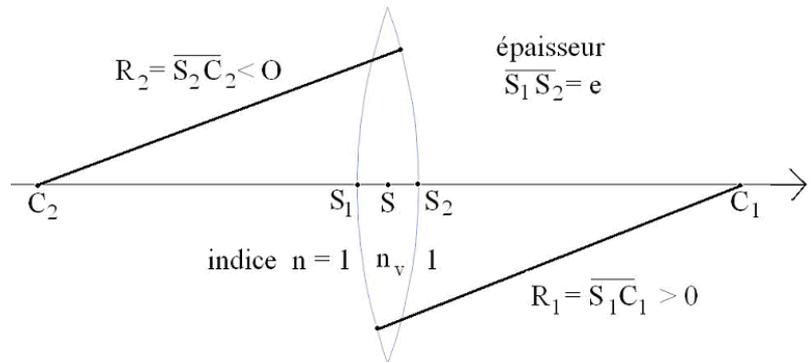
Grandissement transversal :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} \rightarrow \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FS} \cdot \overline{F'S} = f f' = - f'^2$$

Relation de conjugaison par rapport au sommet.

Démonstration :

- Relations de conjugaison du dioptré 1 et 2 en tenant compte des indices n et n' de la figure
- Image intermédiaire $A'_1 \equiv A_2 \equiv A_i$
- Epaisseur négligeable $e \ll R \rightarrow$ les sommets sont confondus avec le centre optique $S \equiv S_1 \equiv S_2$



- Premier dioptré rencontré $n = 1$ ($n' = n_V$ avec rayon $R_1 > 0$

$$\frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} = \frac{n'-n}{SC} \rightarrow \frac{n_V}{S_1A_i} - \frac{1}{S_1A} = \frac{n_V-1}{S_1C_1} = \frac{n_V-1}{R_1}$$

- Second dioptré rencontré $n = n_V$) $n' = 1$ avec rayon $R_2 < 0$

$$\frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} = \frac{n'-n}{SC} \rightarrow \frac{1}{S_2A'} - \frac{n_V}{S_2A_i} = \frac{1-n_V}{S_2C_2} = -\frac{n_V-1}{R_2}$$

- On somme les deux expressions obtenues (simplification et mise en facteur)

$$\frac{1}{SA'} - \frac{n_v}{SA_i} + \left(\frac{n_v}{SA_i} - \frac{1}{SA} \right) = \frac{n_v-1}{R_1} - \frac{n_v-1}{R_2} \rightarrow \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'} = (n_v-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Lentille mince $e \ll R$

avec

$$\boxed{\frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{f'} = V = (n_v-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

(« formule des lunetiers »)

avec la longueur focale « image »

Objet A

Image A'

S centre optique

f' focale « image »

$$f' = -f = \overline{SF'} = -\overline{SF} = \frac{1}{n_v-1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Lentille épaisse

La relation de conjugaison non détaillée (cela implique de définir la notions de plans principaux etc.)

Epaisseur non négligeable devant les rayons de courbure

La vergence est alors

$$V = \frac{1}{f'} = (n_v-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{(n_v-1)^2}{n_v} \frac{e}{R_1 R_2}$$

≠ système à deux lentilles minces décallées

Exemple : Lentille biconvexe d'apparence épaisse $e = 2$ cm et d'indice $n_v = 1.5$ avec $R_1 = 20$ cm et $R_2 = 30$ cm

Calcul exact : $V = 4.11 \delta$ (dioptrie ou m^{-1}), soit $f' = 24.3$ cm

Calcul approché de lentille « mince » : $V \approx 4.17 \delta$, soit $f' \approx 24.0$ cm

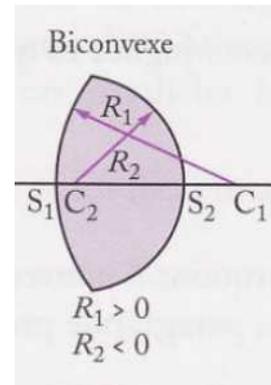
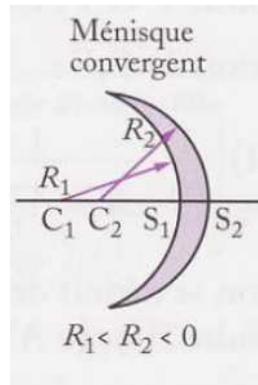
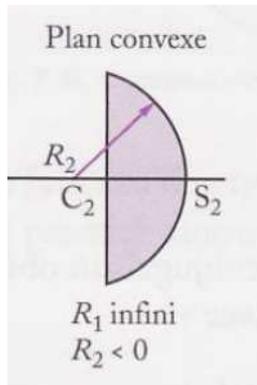
Ecart relatif de 1.5%...

4- Types de lentilles

On a toujours $n_v - 1 > 0$

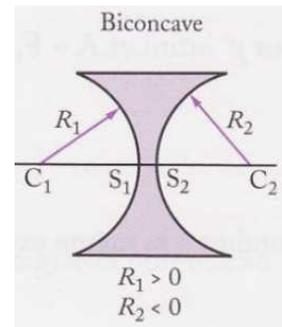
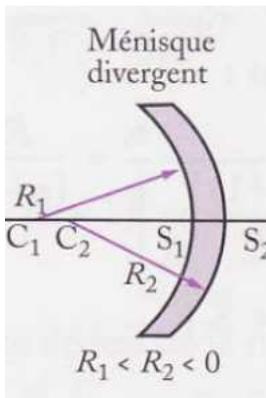
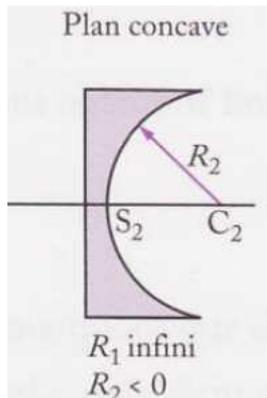
Lentilles convergentes

$$f' = \frac{1}{n_v - 1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} > 0$$



Lentilles divergentes

$$f' = \frac{1}{n_v - 1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} < 0$$



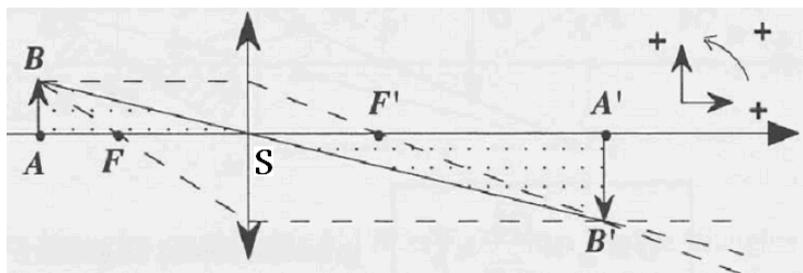
5- Grandissements latéral et angulaire des lentilles minces

Triangles semblables :

ASB et A'SB'

Grandissement transversal :

$$\rightarrow \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$



Rappel : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$ cf. §4 Formule de Newton

$AB \uparrow$ d'où $\overline{AB} > 0$; $A'B' \downarrow$ d'où $\overline{A'B'} < 0$

Dans cet exemple : donc $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} < 0$

$SA' \rightarrow$ d'où $\overline{SA'} > 0$; $SA \leftarrow$ d'où $\overline{SA} < 0$

donc $\gamma = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} < 0$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} < 0$$

l'image est **inversée**

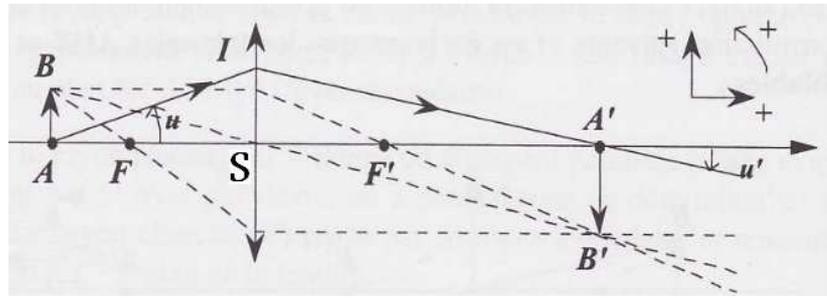
$$u \approx \tan u = -\frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} \quad \text{et}$$

$$u' \approx \tan u' = -\frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}}$$

Grandissement angulaire :

$$\rightarrow G = \frac{u'}{u} = \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}$$

Remarquer que $G\gamma = 1$

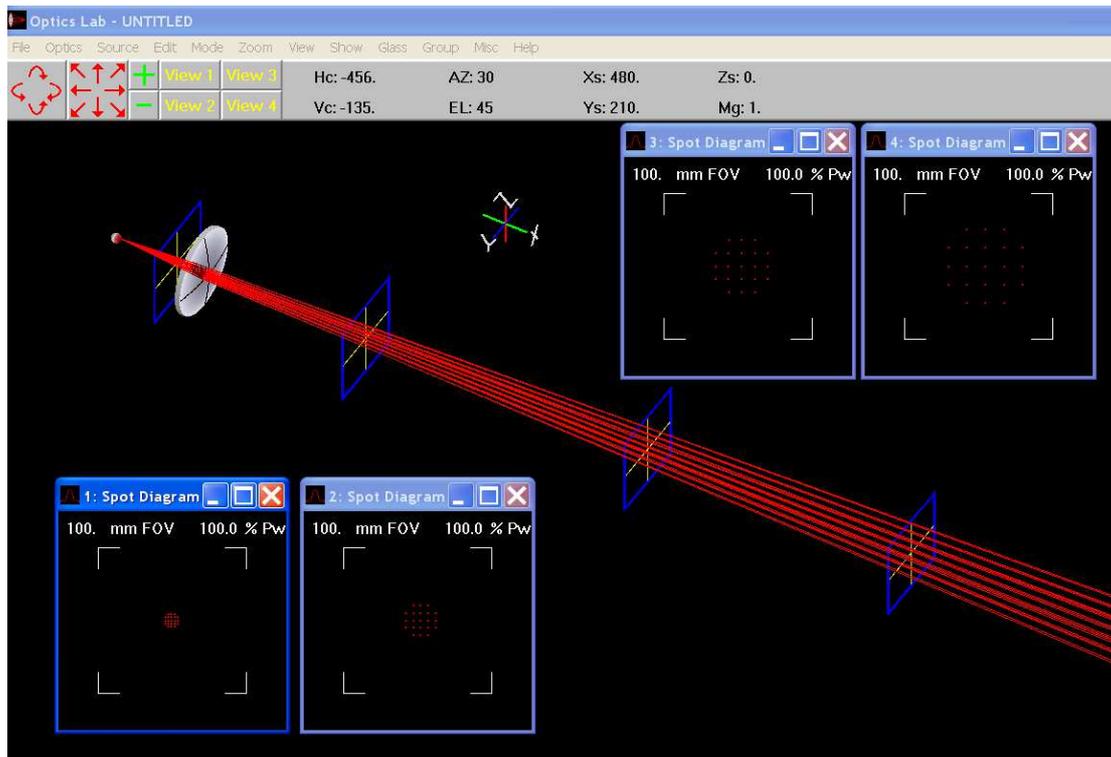


Se démontre aussi par l'invariant $\overline{AB}u = \overline{A'B'}u' \dots$

6- Formation d'une image avec une lentille mince convergente

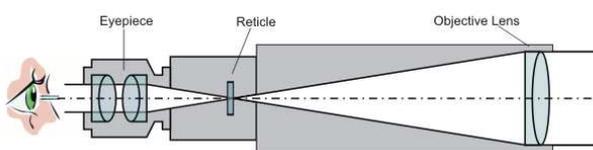
simulation

Objet réel		image		γ	Exemples
A l'infini « objet »	Réelle		Au foyer F'		Lunette de visée à l'infinie...
Plus éloigné que 2f	Réelle	Inversée renversée	Diminuée	$\gamma < 0$ et $ \gamma < 1$	Appareil photo (« Projection diminuée »)
Eloigné de 2f	Réelle	Inversée renversée	Même taille	$\gamma = -1$	
Eloigné entre f et 2f	Réelle	Inversée renversée	Agrandie	$\gamma < 0$ et $ \gamma > 1$	Projection sur écran
Eloigné de f (en F)	Réelle	Inversée renversée	A l'infinie		Faisceau de lumière parallèle (collimateur, phare...)
Entre F et S	Virtuelle	Droite	Agrandie	$\gamma > 1$	Loupe
Objet virtuel (après la lentille)	Réelle	Droite	Diminuée	$0 < \gamma < 1$	Situation intermédiaire dans certaines lunettes ou téléobjectifs...

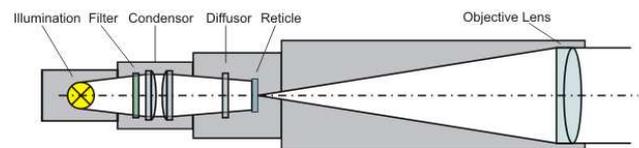


Objet moins éloigné de la lentille que sa distance focale
Faisceau **divergent** après la lentille.

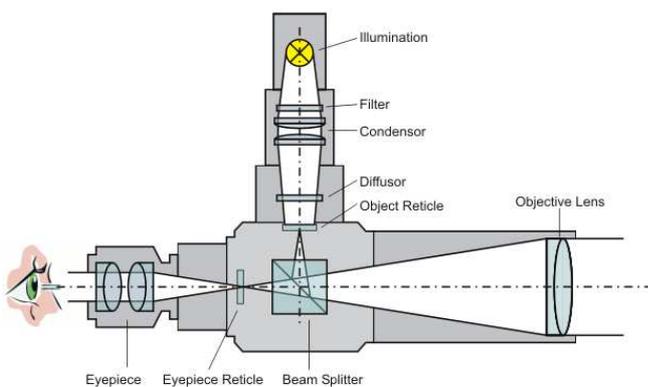
faisceau semblant provenir d'un point situé en avant de la lentille : **image virtuelle** (cas de la loupe)



Lunette de visée à l'infini
Distance réticule – centre optique = focale de la lentille de front



Collimateur (à l'infini)
Distance réticule – centre optique = focale de la lentille de front



Lunette autocollimatrice
Distance réticule – centre optique = focale de la lentille de front



Loupe
Où est située l'image vue au travers de la loupe ?

Image réelle :
utilisation en
projection

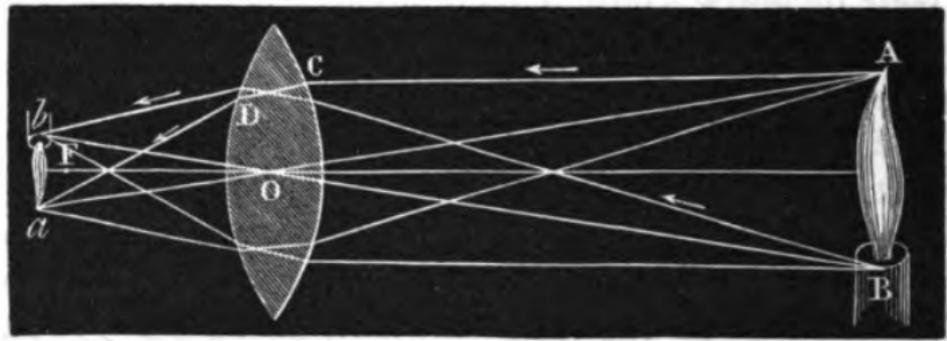
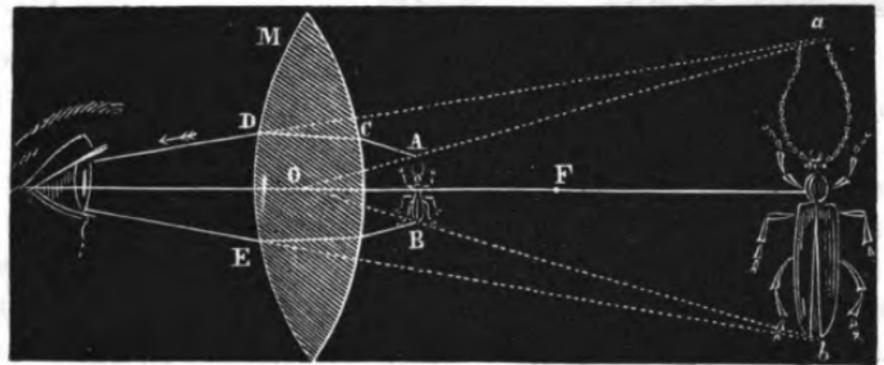


Image virtuelle :
utilisation en loupe



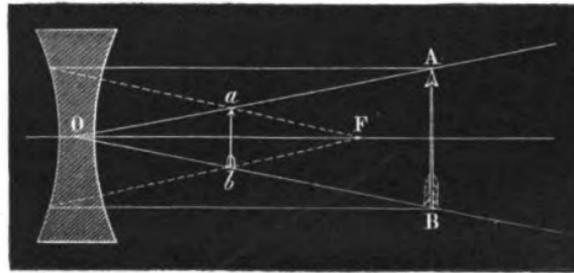
Extraits du *Traité élémentaire de physique expérimentale et appliquée* A. Ganot 1847

7- Formation d'une image avec une lentille mince divergente

Objet réel		image		γ	Exemples
En avant de la lentille	Virtuelle	Droite	Diminuée	$0 < \gamma < 1$	Correction vision (myopie)
Objet virtuel					
(après la lentille)					
Entre S et F	Réelle	Droite, plus éloignée	Agrandie	$\gamma > 1$	Téléobjectif...
Eloigné de f (en F)	Réelle	Droite, à l'infinie			Oculaire de lunette
Eloigné entre f et 2f	Virtuelle	Inversée, renversée	Agrandie	$\gamma < 0$ et $ \gamma > 1$	
Eloigné de 2f	Virtuelle	Inversée, renversée	Même taille	$\gamma = -1$	
Plus éloigné que f	Virtuelle	Inversée, renversée	Diminuée	$\gamma < 0$ et $ \gamma < 1$	

Image virtuelle dans une lentille concave

Traité élémentaire de Physique A. Privat-Deschanel 1869



8- Formation d'une image par un système de deux lentilles minces

Pour deux lentilles minces **accollées**,

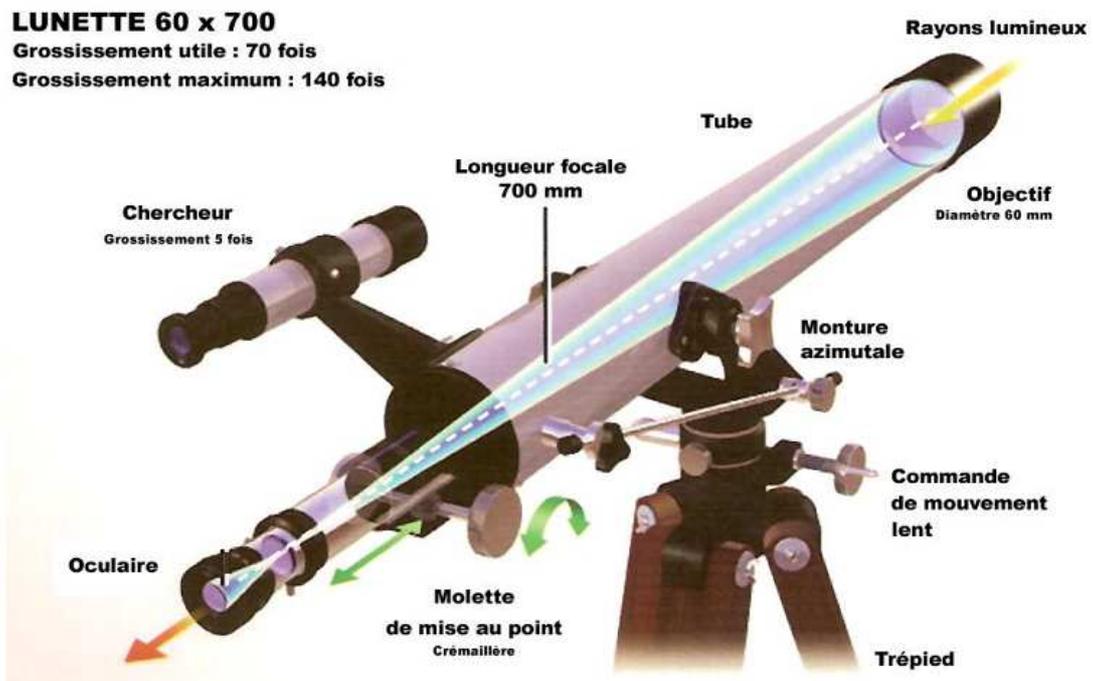
on a $V = V_1 + V_2$ soit $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}$

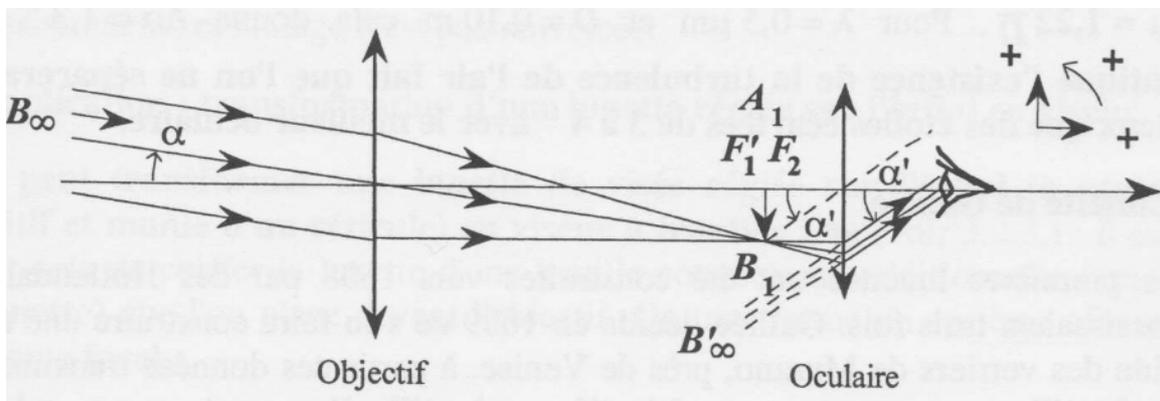
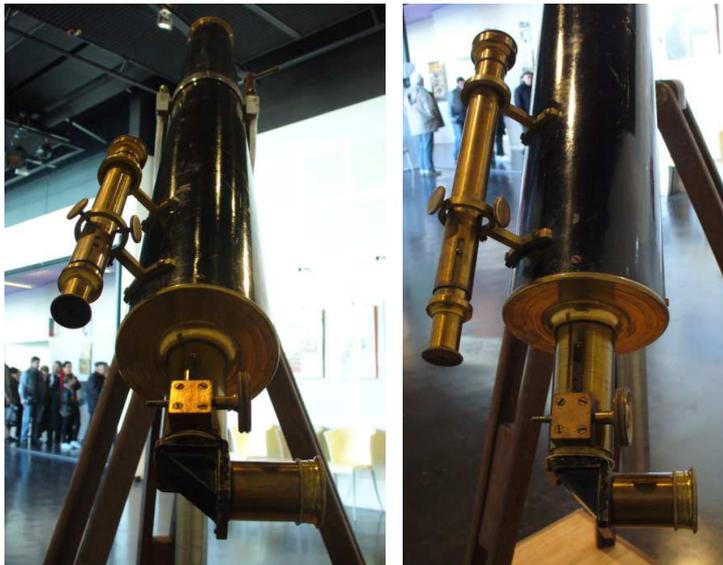
Pour deux lentilles **non accolées** dont les sommets sont séparés de la distance d,

on a $V = V_1 + V_2 - d \times V_1 V_2$ soit $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$

(formule de Gullstrand)

9- Exemple de système à 2 lentilles : lunette astronomique





utilisation dans les conditions de Gauss → représentation avec **échelle dilatée en Y**

- **Objectif** convergent de grande longueur focale $f_{\text{objectif}} = f'_1 = 700 \text{ mm}$ (achromat de préférence)

Objet B à l'infini → image **intermédiaire** B'_1

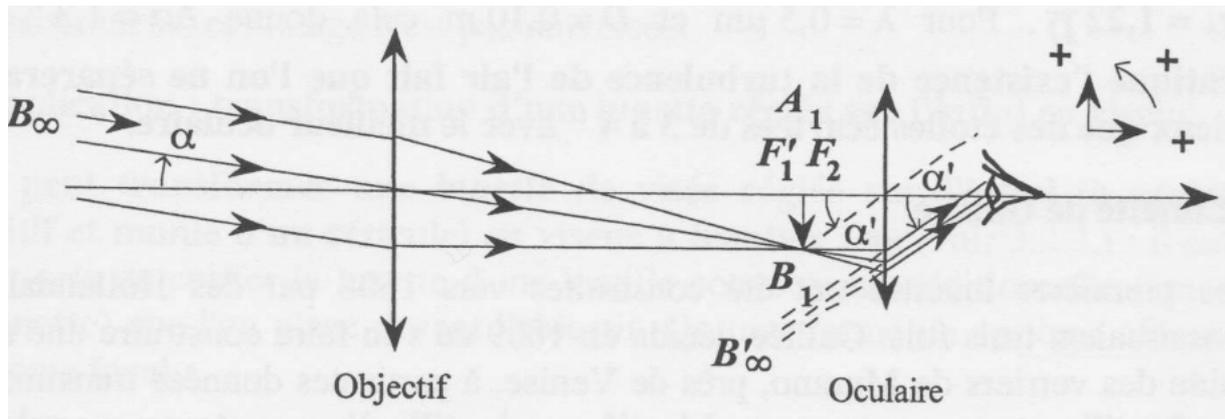
- dans le plan focal image : foyer image secondaire → réelle
- renversée
- la plus grande possible

- Système **afocal** : $F'_1 \equiv F_2$
- **Oculaire** de petite focale $f'_{\text{oculaire}} = f'_2 = 10 \text{ mm}$ (5 à 30 mm typiquement) utilisée en loupe

Objet B'_1 situé au foyer objet F_2 → image B'

- à l'infini
- agrandie (« droite » donc encore renversée)
- visible par l'œil placé devant l'oculaire

- Au final : **image agrandie et visible à l'œil mais renversée.**



- α diamètre angulaire apparent sous lequel est vu l'objet (à l'infini) sans la lunette.
- α' diamètre angulaire apparent sous lequel on voit l'image virtuelle (à l'infini) avec la lunette.

- $\alpha = \frac{A_1 B_1}{f'_1}$ et $\alpha' = \frac{A_1 B_1}{-f'_2}$ d'où le **grandissement angulaire**

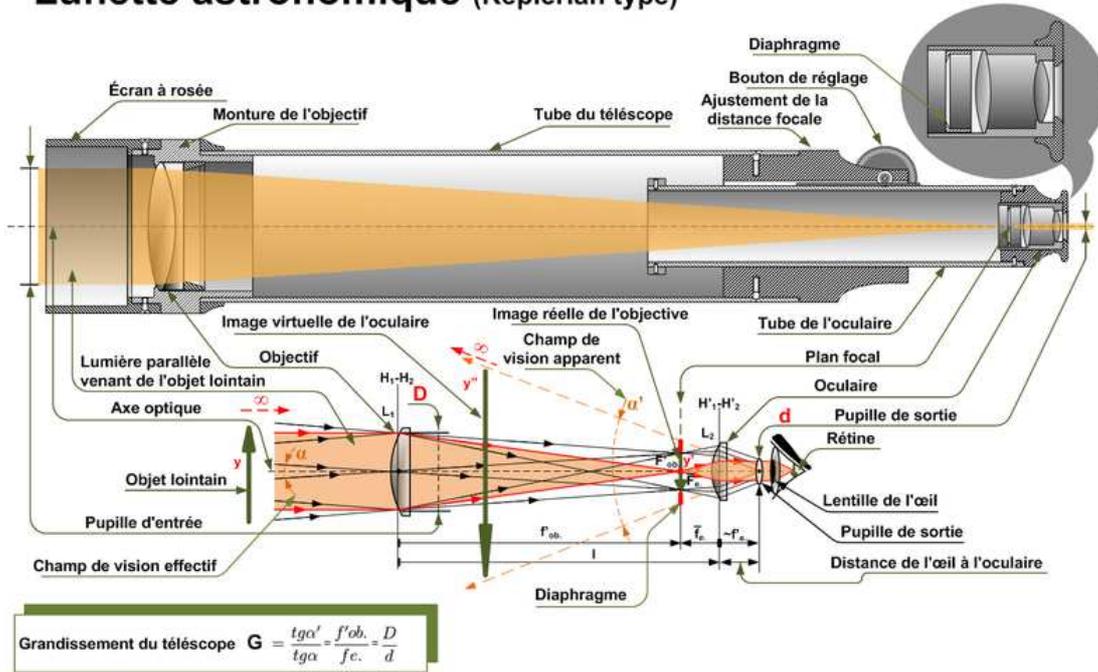
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f'_1}{-f'_2} \quad \text{ici} \quad G = \frac{700}{-10} = -70$$

- $G < 0$ image renversée mais $|G| > 1$ image agrandie

- $G_c = |G| = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \left| \frac{f'_1}{-f'_2} \right| = \frac{f_{\text{objectif}}}{f_{\text{oculaire}}} > 1$ grandissement « commercial »

Pour changer G_c , il suffit de changer d'oculaire (comme sur un microscope)
 Oculaires $f'_2 = 30, 20, 14, 10, 7, 5 \rightarrow G_c = 23, 35, 50, 70, 100, 140$

Lunette astronomique (Keplerian type)



Diaphragme d'ouverture et diaphragme de champ

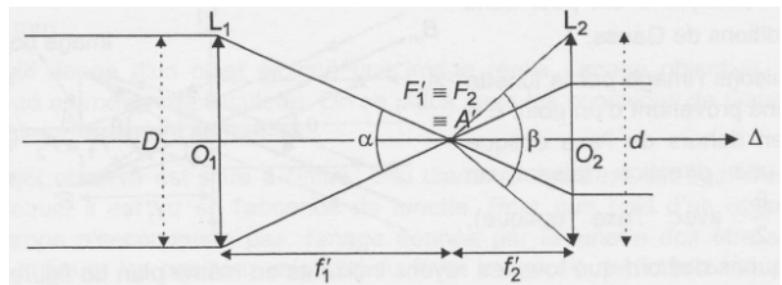
Soit une lunette astronomique

Objectif :

diamètre $D = 100 \text{ mm}$
 longueur focale $f'_1 = 1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$

Oculaire :

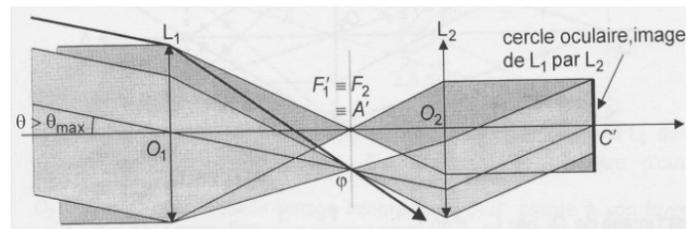
diamètre $d = 10 \text{ mm}$ longueur focale $f'_2 = 50 \text{ mm}$



Pour une visée à l'infini, on calcule :

$$\alpha = 2 \arctan (D/2 f'_1) = 5.7^\circ$$

$$\beta = 2 \arctan (d/2 f'_2) = 18.2^\circ$$



→ Le faisceau de rayons parallèles à l'axe optique est limité (diaphragmé) par D .

La taille de l'objectif limite l'ouverture

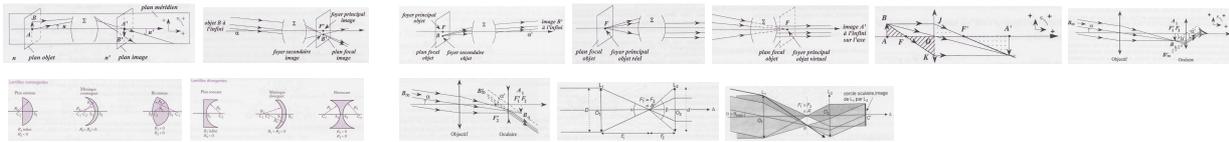
Des rayons trop inclinés sur l'axe sont stoppés (diaphragmés) par la monture de l'oculaire.

→ Le faisceau de rayons sortant est limité par le diamètre de l'oculaire d .

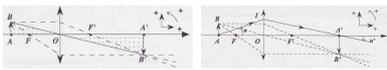
La taille de l'oculaire limite le champ

Champ optique : zone de l'espace observable simultanément par l'instrument (en largeur comme en profondeur → en volume)

Sources des figures et des images :

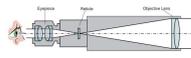
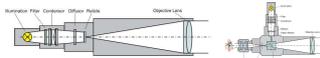
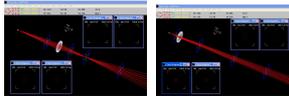


Optique géométrique C. Grossetête et P. Olive Ellipses 2006



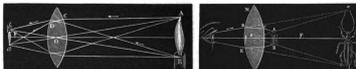
Optique géométrique A. Maurel Belin 2002

Copies d'écran d'OpticLab (version d'essai sur <http://www.optics-lab.com/>)



<http://www.trioptics.com/knowledgebase/>

<http://www.lac.u-psud.fr/experiences-optique/images-objets/images-virtuelles.htm>



Traité élémentaire de physique expérimentale et appliquée

A. Ganot 1847 A. Ganot Editeur

<http://astrometeo76.a.s.pic.centerblog.net/zbrp4vkg.jpg>

Crédit personnel (Club Astro de la Presqu'île)

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d6/Lunettefr.png/800px-Lunettefr.png>



Sommaire

- UTILISATION DE LENTILLES DANS LES CONDITIONS DE GAUSS 1
- 1- Système optique centré en conditions de Gauss 1
- 2- Réalité et virtualité..... 3
- 3- Relations de conjugaison pour une lentille « mince »..... 4
- 4- Types de lentilles 6
- 5- Grandissements latéral et angulaire des lentilles minces 6
- 6- Formation d'une image avec une lentille mince convergente 7
- 7- Formation d'une image avec une lentille mince divergente 9
- 8- Formation d'une image par un système de deux lentilles minces 10
- 9- Exemple de système à 2 lentilles : lunette astronomique 10
- Sources des figures et des images :..... 14
- Sommaire 14