C3 -Formation et caractérisation des images

Utilisation de lentilles

Pré-DS3 ☺ Solutions à ne consulter qu'après avoir cherché.

DS3.1- Relations des lentilles minces

DS3.1.1- Comment faut-il placer un objet par rapport à une lentille convergente pour que l'image soit droite et de longueur triple de celle de l'objet ?
Vérifier le résultat à l'aide d'un tracé.

image droite $\gamma > 0$, taille triple $|\gamma| = 3 \rightarrow \gamma = 3$

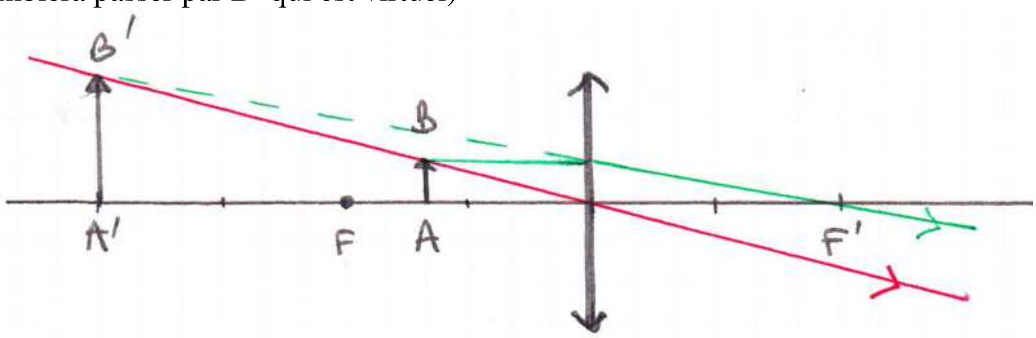
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 3 \rightarrow \overline{OA'} = 3\,\overline{OA}$$

conjugaison $$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{3\overline{OA}} - \frac{3}{3\overline{OA}} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{\overline{OA}}$$

donc $\overline{OA} = -\frac{2}{3} f'$ et $\overline{OA'} = 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) f' = -2 f' < 0$

donc **fonctionnement en « loupe »**

Tracé basé sur deux rayons particuliers :
- en rouge : le rayon issu de B passant par le centre optique n'est pas dévié
- un rayon issu de l'infini objet, passant par B devra passer par le foyer image F' et l'image B' (ici, semblera passer par B' qui est virtuel)



DS3.1.2- Même question mais en obtenant une image renversée.

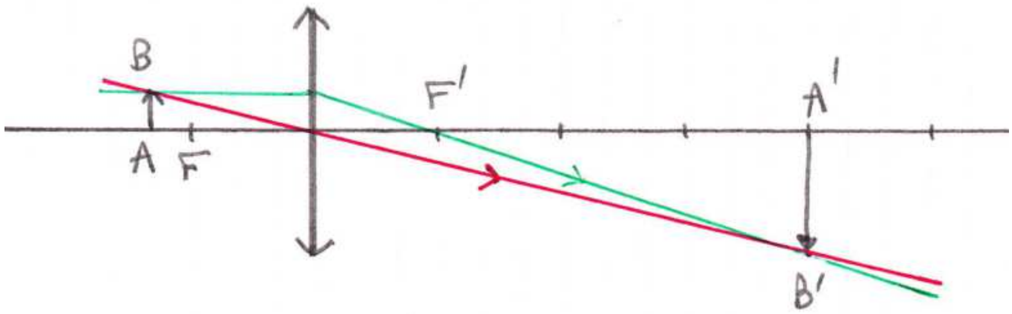
image renversée $\gamma < 0$, taille triple $|\gamma| = 3 \rightarrow \gamma = -3$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -3 \rightarrow \overline{OA'} = -3\,\overline{OA}$$

conjugaison $$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-3\overline{OA}} - \frac{3}{3\overline{OA}} = \frac{-4}{3\overline{OA}}$$

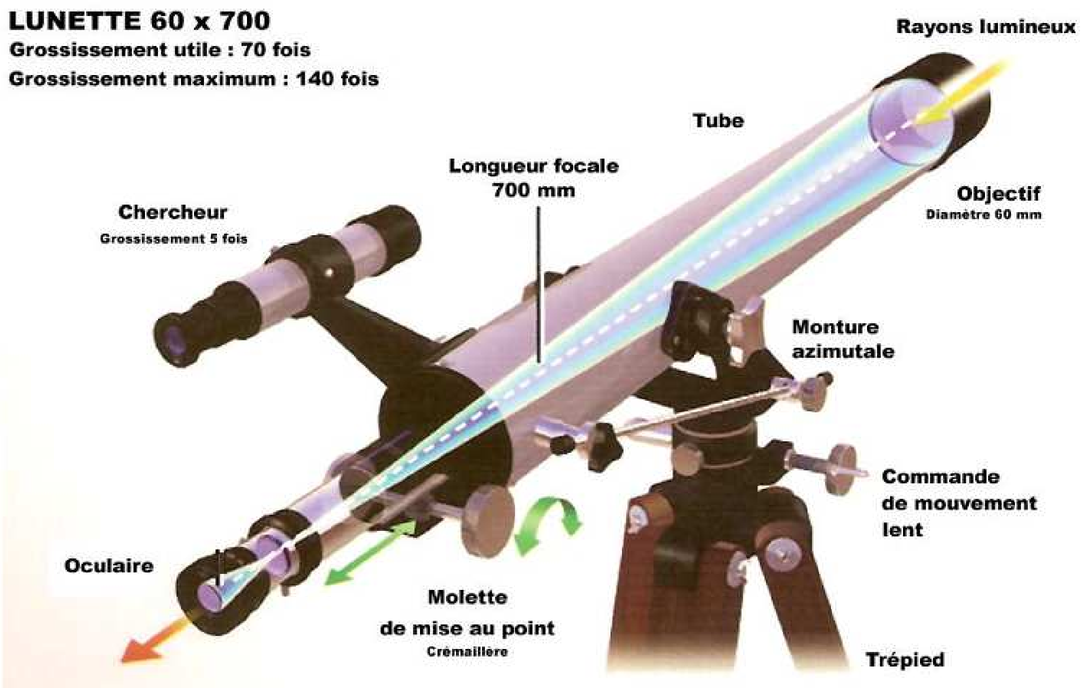
donc $\overline{OA} = \frac{-4}{3} f'$ et $\overline{OA'} = -3 \times -\frac{4}{3} f' = 4 f'$

Même méthode d'identification de B par les même deux rayons particuliers.

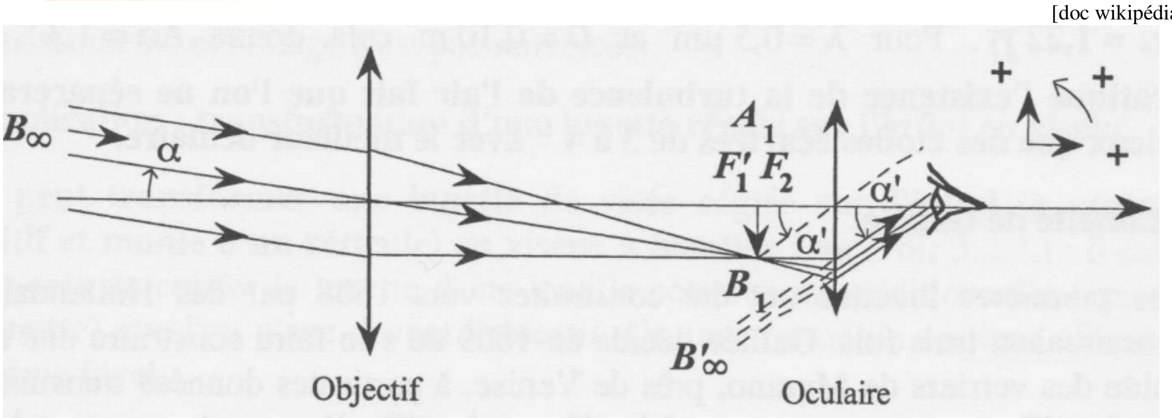


donc **fonctionnement en « projection »** comme un vidéoprojecteur

DS 3.2- Etude d'une lunette astronomique



[doc wikipédia]



Utilisation dans les **conditions de Gauss** → représentation avec **échelle dilatée en Y**

La lunette astronomique étudiée est, selon la figure organisée autour :
- d'un **objectif** L_1 , de diamètre utile D = 60 mm et de longueur focale $f'_1 = 700$ mm.
- d'un **oculaire** L_2 , de diamètre d et de longueur focale f'_2 comprise entre 5 et 30 mm.
- d'une configuration de position dite « **afocale** » où : $F'_1 \equiv F_2$

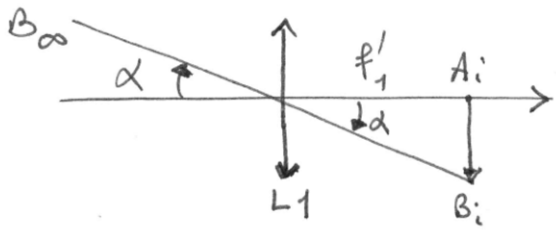
DS3.2.1- L'objet astronomique AB (réel !) est situé à l'infini. Caractériser l'image intermédiaire $A'_1B'_1 \equiv A_i B_i$ formée par l'objectif L_1 (lieu, type, orientation, taille) en fonction des paramètres donnés.

L'objet A est situé à l'infini, en avant sur l'axe optique, donc l'image intermédiaire $A'_1 \equiv A_i$ est située au **foyer image** principal F'_1.
L'objet B est situé à l'infini mais hors de l'axe, donc l'image intermédiaire $B'_1 \equiv B_i$ est un foyer image secondaire situé dans le plan focal image. (Voir figure)
L'image est **réelle**, **renversée** et si possible la plus grande possible.

Sans la lunette, l'objet observé parait très petit : son rayon angulaire apparent α sous lequel il est vu à l'infini vérifie :

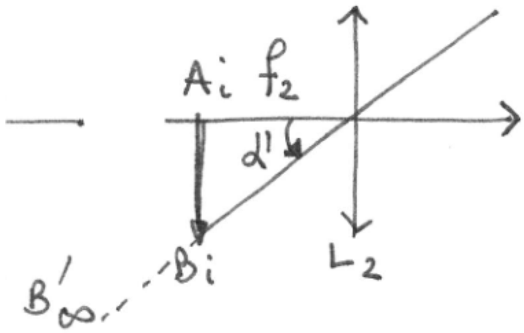
$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{\overline{A_i B_i}}{f'_1}$$

On ne peut connaître la dimension géométrique de l'objet AB sans en connaître l'éloignement.



DS3.2.2- Le système est afocal avec $F'_1 \equiv F_2$. Où est situé l'objet $A_2 B_2 \equiv A_i B_i \equiv A'_1B'_1$ de la lentille L_2 ? Caractériser l'image finale $A'_2 B'_2$ formée par l'oculaire L_2 (lieu, type, orientation, taille).

L'objet A_2 est situé au foyer principal objet de L_2 qui fonctionne ainsi « en loupe ».
L'image $A'_2 \equiv A'$ est ainsi virtuelle et se trouve donc située sur l'axe, en avant de L_2 , mais à l'infini objet. L'image $B'_2 \equiv B'$ est située à l'infini mais hors de l'axe (Voir figure).
B' comme B_i sont vu sous l'angle α' à partir du centre optique de L_2.



α' est le rayon angulaire apparent sous lequel on voit l'image virtuelle (à l'infini) avec la lunette en regardant dans l'oculaire. Cette image virtuelle finale observable à l'infini est l'un des avantages des systèmes afocaux puisque l'œil n'accommode pas et donc ne fatigue pas.

On a : $\alpha' \approx \tan\alpha' = \dfrac{\overline{A_i B_i}}{f_2} = \dfrac{\overline{A_i B_i}}{-f'_2}$

Comme le montre bien la figure de la question **DS3.2.5** suivante, un faisceau de lumière parallèle à l'axe (provenant d'un objet A à l'infini sur l'axe) en ressort sous la forme d'un faisceau encore parallèle à l'axe (semblant issu de l'image virtuelle A' à l'infini sur l'axe) : c'est une autre des caractéristiques d'un **système afocal**.

DS3.2.3- Exprimer le grandissement angulaire G en fonction des angles α et α', puis en fonction des deux longueurs focales. Caractériser l'image vue par l'œil.

Le **grandissement angulaire** est $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f'_1}{-f'_2} < 0$ puisque les deux lentilles sont convergentes (f ' > 0). L'image finale est donc renversée.
Elle est aussi virtuelle et paraît 70 fois plus grande qu'à l'œil nu.

DS3.2.4- En déduire la valeur de f '$_2$ pour que G = 70. Comment changer simplement le grandissement de la lunette ?

On déduit la longueur focale de l'objectif $f'_2 = \frac{f'_1}{-G} = \frac{700}{-70} = 10\,mm$

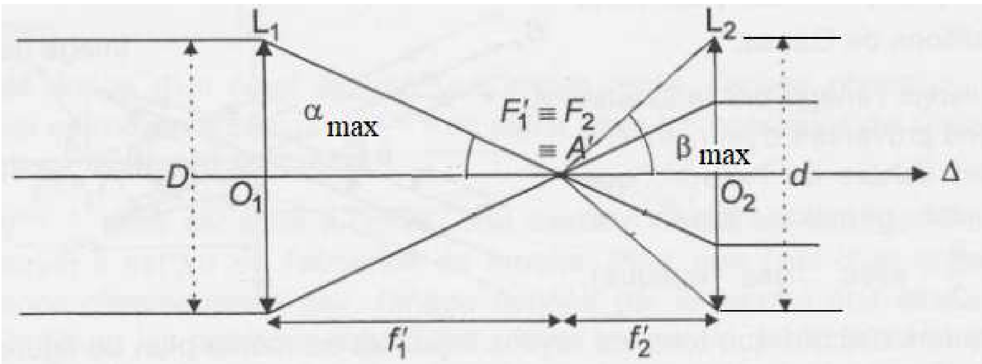
$$G_c = |G| = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = \left|\frac{f'_1}{-f'_2}\right| = \frac{f_{objectif}}{f_{oculaire}} > 1$$ est le grandissement « commercial »

Pour un grandissement important, l'objectif doit être de grande longueur focale $f_{objectif} = f'_1$ (ici 700 mm) et de préférence un achromat pour éviter les aberrations de couleurs (irisation sur les bords de l'image). C'est l'élément optique le plus coûteux du système.

De même l'oculaire sera plutôt de petite focale $f'_{oculaire} = f'_2$ (ici 10 mm , de 5 à 30 mm typiquement)

Pour changer G_c , il suffit de changer d'oculaire (comme sur un microscope)
Oculaires f '$_2$ = 30, 20, 14, 10, 7, 5 → G_c = 23, 35, 50, 70, 100, 140

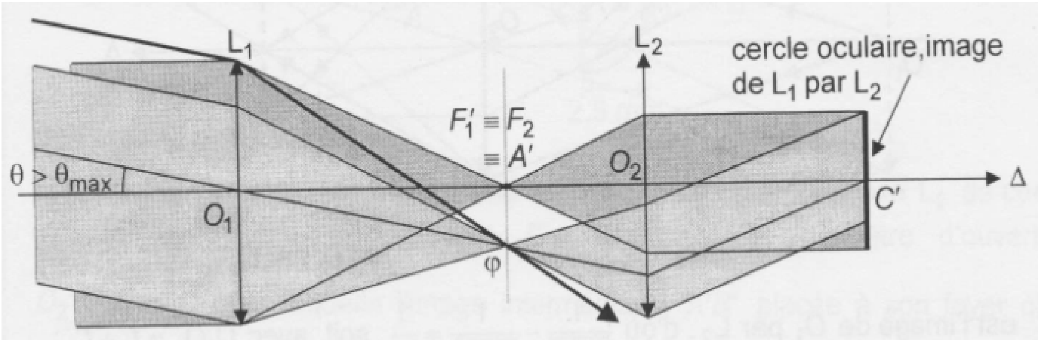
DS3.2.5- Pour une visée à l'infini, parallèle à l'axe optique, quel paramètre de la lunette vient limiter l'ouverture de la lunette ?
[c'est-à-dire limiter la quantité de lumière susceptible d'entrer dans la lunette]



Le faisceau entrant dans la lunette est limité (diaphragmé) par la monture de l'objectif de diamètre D (on parle aussi de « pupille d'entrée »). L'angle maximal vérifie : α_{max} = arctan (D/2 f '$_1$) = arctan (30 / 700) = 2.45°
La taille de l'objectif limite l'ouverture de la lunette donc la luminosité.

Pour voir des objets peu lumineux, on a intérêt à utiliser un objectif de grand diamètre. Le coût augmente très vite.

DS3.2.6- Pour une visée à l'infini, quel paramètre de la lunette vient limiter la taille de l'image vue à travers la lunette ?
[c'est-à-dire par conséquence, limiter le **champ optique** qui est la zone de l'espace observable simultanément par l'instrument]



Des rayons trop inclinés sur l'axe sont stoppés (diaphragmés) par la monture de l'oculaire : le faisceau de rayons sortant de la lunette vers l'œil est limité par le diamètre de l'oculaire d
L'œil ne voit pas au-delà du « cercle oculaire image » ou « pupille de sortie », c'est-à-dire de l'image du périmètre de l'objectif L_1 par l'oculaire L_2.
La taille de l'oculaire limite le champ optique observable.